PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 12. | 15. März 1902. | 3. Jahrgang.

Redaktionsschluss für No. 13 am 26. März 1902.

INHALT.

Originalmitteilungen:
A. Gerschun, Über gleichgerichteten Wechselstrom. S. 249.
E. Rutherford, Versuche über erregte Radioaktivität. S. 254.
J. v. Geitler, Über die durch Kathodenstrahlen bewirkte Ablenkung der Magnetnadel. S. 257.
K. Ångström, Das mechanische Äquivalent der Lichteinheit. S. 257.
A. Schmidt, Über die Doppellinien im Spektrum der Chromosphäre. S. 259.
K. Schreber, Der Mensch als kalorische Maschine und der zweite Hauptsatz. S. 261.
W. Schwarze, Über die Wärmeleitung des Argons. S. 264.
Vorträge und Diskussionen von der 73. Naturforscherversammlung zu Hamburg:
J. v. Geitler, Über Kathodenstrahlen. S. 265.
Vorträge und Reden:
A. Sommerfeld, Beiträge zum dynamischen Ausbau der Festigkeitslehre. S. 266.
Referate:
F. Kohlrausch u. E. Grüneisen, Über die durch sehr kleine elastische Verschiebungen entwickelten Kräfte. S. 271.
Besprechungen:
E. Aschkinass und W. Caspari, Über den Einfluss dissociierender Strahlen auf organisierte Substanzen, insbesondere über die bakterienschädigende Wirkung der Becquerelstrahlen. S. 272.
C. Cranz, Anwendung der elektrischen Momentphotographie auf die Untersuchung von Schusswaffen. S. 272.
Personalien. S. 272.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über gleichgerichteten Wechselstrom.

Von Al. Gerschun.

Bei der Untersuchung der Arbeitsweise eines Aluminiumstromrichters für Wechselstrom[1]) bemerkte W. Mitkiewicz einige interessante Eigenschaften des gleichgerichteten Wechselstromes. Die Stromkurve, mittels der Braunschen Röhre beobachtet, erwies sich, z. B., in vielen Fällen als eine Wellenlinie, deren untere Scheitelpunkte die Zeitachse nicht berühren. Auch frühere Arbeiten[2]) mit dem Aluminiumstromrichter ergaben öfters Wellenformen, deren Entstehungsweise nicht vollständig klar ist. Es schien mir daher nicht ohne Interesse theoretisch die Vorgänge in einem, der Einwirkung einer gleichgerichteten sinusförmigen elektromotorischen Kraft unterworfenen Stromkreise näher zu untersuchen. Die Resultate dieser Untersuchung stehen in vollem Einklang mit den experimentell beobachteten Daten; einige kleine Abweichungen finden wohl ihre Erklärung in der Anwesenheit von Eisenmassen in den Drosselspulen und in der Abweichung von der Sinusform der primären gleichzurichtenden elektromotorischen Kraft.

§ 1. Die elektromotorische Kraft habe die in der Fig. 1 angegebene Form, und sei das Resultat der Gleichrichtung einer Sinuskurve, deren negative (unter der Zeitachse liegende) Teile einer Drehung von unten nach oben um 180⁰ unterworfen worden sind. Die so entstandene Kurve kann analytisch durch keine endliche Funktion ausgedrückt werden; sie muss durch eine Fouriersche Reihe dargestellt werden. Da die Kurve zur vertikalen Achse symmetrisch ist, muss die Zerlegung nach den Cosinusen der Vielfachen des Arguments fortschreiten. Wenn wir nach bekannten Regeln

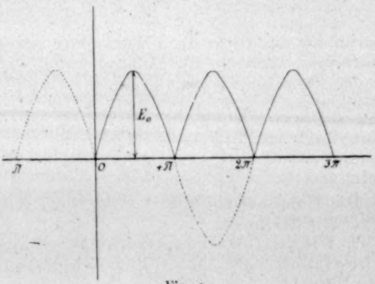


Fig. 1.

diese Zerlegung ausführen, so erhalten wir die Reihe

$$e = \frac{2}{\pi} E_0 \left[1 - 2 \sum_{2,4,6} \frac{1}{m^2 - 1} \cos m \omega t \right], \quad (1)$$

wo e den Momentanwert, E_0 den Maximalwert der elektromotorischen Kraft bedeutet; $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n$, wo T und n die Periode und Wechselzahl des primären gleichgerichteten Wechselstromes ist. Die Summation erstreckt sich nur auf alle geraden Vielfachen des Arguments, also auf $m = 2, 4, 6 \ldots$, da die Koeffizienten der Fourierschen Reihe für alle ungeraden m gleich Null werden.

Der mittlere und effektive Wert der elektromotorischen Kraft (1) ist

$$e_m = \frac{2}{\pi} E_0; \quad e_e = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

1) W. Mitkiewicz, diese Zeitschr. **2**, 747, 1901.
2) J. Zenneck, Wied. Ann. **69**, 859, 1899.

Die elektromotorische Kraft (1) wirke in einem Stromkreise mit der Selbstinduktion L und dem Ohmschen Widerstand R. Der Momentanwert i des in dem Stromkreise entstehenden Stromes wird bestimmt durch die Gleichung:

$$i = \frac{e}{R} - \frac{L}{R}\frac{di}{dt}.$$

Die Integration dieser Gleichung unter Berücksichtigung von (1) führt zu folgendem Werte von i

$$i = \frac{2}{\pi}\frac{E_0}{R}\left| 1 - 2\sum \frac{1}{m^2 - 1} \cdot \frac{1}{(1 + m^2 tg^2 \varphi)^{1/2}} \right. \quad (3)$$

$$\left. \cos(m\omega t - \varphi_m) \right|,$$

wo $\frac{m\omega L}{R} = tg\,\varphi_m$, also $tg\,\varphi_m = m\,tg\,\varphi$. (4)

In (3) sind die, schon in den ersten Momenten des Instandekommens des Stromes schnell abklingenden Glieder vernachlässigt worden.

Die mittlere Stärke i_m des Stromes i gleicht

$$i_m = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi i\,dt = \frac{2}{\pi}\frac{E_0}{R}, \quad (5)$$

wovon wir uns leicht durch Integration von (3) überzeugen können. Jetzt können wir (3) auch in der Form (6) schreiben:

$$i = i_m \left| 1 - 2\sum \frac{1}{m^2 - 1} \cdot \frac{1}{(1 + m^2 tg^2 \varphi)^{1/2}} \right. \quad (6)$$

$$\left. \cos(m\omega t - \varphi_m) \right|.$$

Die Untersuchung von (5) und (6) führt zu folgenden Schlüssen:

1. Die mittlere Stromstärke hängt ausschliesslich vom Ohmschen Widerstand des Stromkreises ab.

2. Wenn der Selbstinduktionskoeffizient des Stromkreises grösser als Null ($L > 0$), so wird der Momentanwert der Stromstärke nie gleich Null.

Dieses folgt aus der Betrachtung von (6). Da bei $m = 2, 4, 6 \ldots$

$$\sum \frac{1}{m^2 - 1} = 1/2$$

ist, und bei $L > 0$ auch $tg\,\varphi > 0$ und

$$\sum \frac{1}{m^2 - 1} \cdot \frac{1}{(1 + m^2 tg^2 \varphi)^{1/2}} \quad (7)$$

$$\cos(m\omega t - \varphi_m) < 1/2$$

ist, so kann i nie gleich Null werden.

3. Die Amplitude der Stromschwankungen um die konstante mittlere Stromstärke ist desto kleiner, je grösser die Zeitkonstante des Stromkreises ist.

Die Amplitude der Stromschwankungen hängt nur von der Grösse der Summe (7) ab, und dieselbe ist desto kleiner, je grösser $tg\,\varphi = \frac{\omega L}{R}$ ist. Bei $L = 0$ und $\varphi = \varphi_m = 0$ erhalten wir aus (6) $i = \frac{e}{R}$; die Stromstärke ist in diesem Falle genau proportional den Momentanwerten der elektromotorischen Kraft (1). Bei sehr grossem L und kleinem R werden die Stromschwankungen klein, und je grösser $\frac{L}{R}$ ist, desto mehr nähert sich die Stromkurve einer Geraden — der mittleren Stromstärke

$$i_m = \frac{e_m}{R}$$

also einem Gleichstrom.

4. Die Stromkurve ist symmetrisch um ihre Maxima und Minima.

Es sei $t = \Theta$ eine Lösung der Gleichung:

$$\frac{di}{dt} = \frac{4}{\pi}\frac{E_0}{R}\sum \frac{m\omega}{m^2 - 1} \cos\varphi_m\, Sn(m\omega t - \varphi_m) = 0 \quad (7)$$

es entspreche also Θ einem Maximum oder Minimum von i. Wenn die Kurve symmetrisch ist, muss

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=\Theta+\alpha} + \left(\frac{di}{dt}\right)_{t=\Theta-\alpha} = 0 \quad (8)$$

sein. Wenn wir die Summe (8) bilden, so finden wir, dass sie bei allen Θ und jedem α gleich Null ist; es ist also die Stromkurve symmetrisch um ihre Maxima und Minima.

Gleichung (7) kann nur annähernd gelöst werden, so dass wir den Verzögerungswinkel der

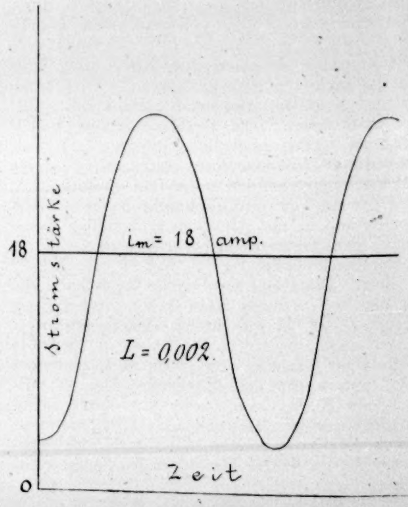


Fig. 2.

Stromstärke gegen die Spannung nur annähernd bestimmen können.

§ 2. Um eine ungefähre Vorstellung vom Charakter der Stromkurve zu erhalten, wurden nach Punkten (von 10^0 zu 10^0) die momentanen Stromstärken für drei spezielle Fälle berechnet. In allen drei Fällen gleicht $e_e = 100$ Volt, also $E_0 = 100 \cdot \sqrt{2} = 141{,}4$ Volt; $T = 0{,}02$ Sekunde, also $n = 50$, und $\omega = 2\pi n = 314{,}2$; $R = 5$ Ohm.

Es sei zuerst $L = 0{,}002$ Henry. Wenn wir uns in (6) mit drei Gliedern begnügen (Fehler $<$ 3,5 Proz.), so erhalten wir die Kurve:

$$i = 18\,[1 - 0{,}65\cos(2\omega t - 14^0 2') - 0{,}12\cos(4\omega t - 26^0 41') - 0{,}05\cos(6\omega t - 37^0 1')],$$

die in Fig. 2 dargestellt ist. Aus der Kurve ist zu ersehen, dass die Stromstärke zwischen ca. 3,6 und 30 Amp. schwankt; der Verzögerungswinkel ist ca. 9^0.

Es sei $L = 0{,}02$ Henry. Wenn wir uns mit zwei Gliedern der Summe begnügen (Fehler $<$ 3 Proz.), erhalten wir:

$$i = 18\,[1 - 0{,}25\cos(2\omega t - 68^0 18') - 0{,}026\cos(4\omega t - 78^0 45')].$$

Aus der Kurve Fig. 3, die diesem Fall entspricht, ersehen wir, dass die Stromstärke nur

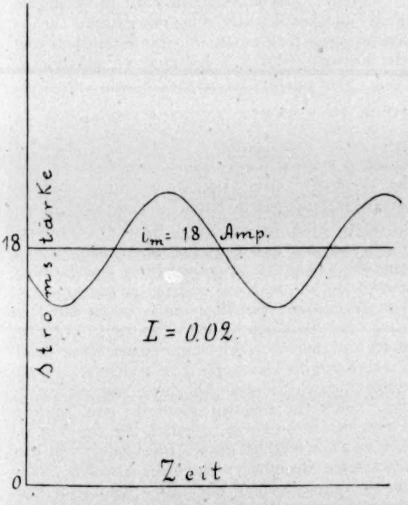


Fig. 3.

zwischen 13,3 und 22,3 Amp. schwingt; die Verzögerung ist ca. 30^0.

Es sei zuletzt $L = 0{,}2$ Henry. Formel (6) mit nur einem Gliede der Summe (Fehler $<$ 3 Proz.) ergiebt:

$$i = 18\,[1 - 0{,}265\cos(2\omega t - 87^0 43')].$$

Aus der Stromkurve (Fig. 4) ersehen wir, dass die Stromschwankungen nur ungefähr 3 Proz. der mittleren Stromstärke betragen; der Strom

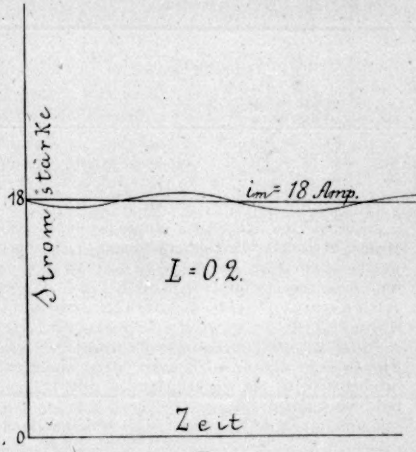


Fig. 4.

ist nahezu ein Gleichstrom. Die Phasenverschiebung beträgt ca. 85^0.

Mittels einer Braunschen Röhre und rotierendem Spiegel ist es leicht, die so erhaltenen Stromkurven zu beobachten. Wenn der Stromkreis eine Drosselspule mit beweglichem Eisenkern enthält, so sieht man sehr schön, wie beim Hineinschieben des Eisenkernes in die Spule die Stromschwankungen immer kleiner werden und der Strom immer mehr den Charakter eines leicht pulsierenden Gleichstromes annimmt.[1])

§ 3. Ein in den Stromkreis der gleichgerichteten elektromotorischen Kraft eingeschaltetes Hitzdrahtampèremeter zeigt die effektive Stromstärke i_e, also:

$$i_e = \left[\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} i^2\,dt\right]^{1/2}.$$

Aus (6) erhalten wir:

$$i^2 = i_m^2\Big[1 - 4\sum\frac{1}{m^2-1}\cdot\frac{1}{\sqrt{(m)}}\cos(m\omega t - \varphi_m) + 4\sum\frac{1}{(m^2-1)^2}\cdot\frac{1}{(m)}\cos^2(m\omega t - \varphi_m) + 8\sum\sum\frac{1}{m^2-1}\cdot\frac{1}{n^2-1}\cdot\frac{1}{\sqrt{(m)\,(n)}}\cdot\cos(m\omega t - \varphi_m)\cos(n\omega t - \varphi_n)\Big], \quad (9)$$

wo $(m) = 1 + tg^2\,\varphi_m$ ist.

1) Zu diesen und folgenden Versuchen wurde Anordnung Fig. 4 nach Mitkiewicz (l. c., S. 749) benutzt. Bei der Ausführung der Versuche war mir Herr W. Mitkiewicz in liebenswürdigster Weise behilflich, wofür ich ihm meinen verbindlichsten Dank ausspreche.

Beim Integrieren von (9) zwischen $\omega t = 0$ und $\omega t = \pi$ werden die Integrale des zweiten und vierten Gliedes der eingeklammerten Summe gleich Null. Da ausserdem

$$\int_0^{\pi} \cos^2 (m \omega t - \varphi_m)\, dt = \frac{\pi}{2}$$

ist, so erhalten wir:

$$i_e = i_m \left[1 + 2 \sum \frac{1}{(m^2 - 1)^2} \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{L m \omega}{R}\right)^2} \right]^{1/2}. \quad (10)$$

Ein in den Stromkreis eingeschaltetes elektromagnetisches Gleichstromammeter zeigt ungefähr den Wert der mittleren Stromstärke i_m an. Aus (10) ersehen wir, dass bei $L < \infty$ die Ablenkungen am Hitzdrahtinstrument immer grösser sein werden als die Ablesungen am Gleichstromammeter. Da die Grösse der Glieder unter dem Summenzeichen in (10) mit wachsendem m sehr schnell fällt, so können wir uns (Fehler < 1 Proz.) mit nur einem Gliede begnügen und erhalten dann

$$\sigma = \frac{i_e}{i_m} = \left[1 + \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{1 + 4\left(\frac{L \omega}{R}\right)^2} \right]^{1/2}.$$

Den grössten Wert erhält σ bei $L = 0$. Da

$$1 + \sum_{2, 4, 6.} \frac{1}{(m^2 - 1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$$

ist, so erhalten wir bei $L = 0$

$$\sigma_{max.} = \frac{\pi \sqrt{2}}{4} = 1{,}11.$$

wie es nach (2) auch zu erwarten war. Je grösser L wird, desto mehr nähert sich der Strom einem Gleichstrome und desto mehr nähert sich σ der Grösse Eins.

Versuche von W. Mitkiewicz[1]) ergaben bei Stromkreisen ohne Selbstinduktion σ bis 1,7. Dieses grosse σ dürfte wohl seine Erklärung finden ebenso in den Abweichungen der elektromotorischen Kraft von der Sinusform (siehe Fig. 2, 5 der Arbeit von Mitkiewicz) wie überhaupt in den komplizierten Verhältnissen, die der Stromrichter in den Stromkreis hineinbringt; so hat z. B. der Stromrichter jedenfalls eine nicht zu vernachlässigende elektrolytische Kapazität, deren Grösse ausserdem kaum als konstant angenommen werden kann.[2]) Um die gleichgerichteten Ströme experimentell zu untersuchen, müsste man überhaupt vom elektrolytischen Stromrichter mit seinen komplizierten und schwer übersehbaren Vorgängen absehen und zu der schönen Des Coudresschen Methode[1]) greifen, welche die Umwandlung von Wechselstrom in pulsierenden Gleichstrom mittels des Hallschen Phänomens bewerkstelligt.

1) l. c., S. 748.

2) Es bleibt ausserdem dahingestellt, ob ein jedes elektromagnetische Ammeter im vorliegenden Fall wirklich die mittlere Stromstärke anzeigt.

§ 4. Wenn der Stromkreis ausser der Selbstinduktion L noch die Kapazität C enthält, so bestimmt sich i aus der Gleichung:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} \frac{i}{L C} = \frac{1}{L} \frac{de}{dt} \; {}^{2)},$$

deren Lösung

$$i = - \frac{4}{\pi} \frac{E_0}{R} \sum \frac{1}{m^2 - 1} \cdot \frac{1}{(1 + tg^2 \psi_m)^{1/2}} \quad (11)$$
$$\cos (m \omega t - \psi_m),$$

$$\text{wo } tg\, \psi_m = \frac{L m \omega}{R} - \frac{1}{C R m \omega} \text{ ist,}$$

ergiebt. In (11) sind die beim Instandekommen des Stromes schnell abklingenden Glieder vernachlässigt worden; diese Glieder scheiden bei $C = \infty$ einen konstanten Teil ab; daher ergiebt auch nicht (11) bei $C = \infty$ die diesem letzteren Fall entsprechende Formel (3).

Aus (11) ersehen wir, dass wir in vorliegendem Fall einen Wechselstrom mit mittlerer Stromstärke gleich Null erhalten. Eine Kompensierung der Kapazität durch vorgeschaltete Selbstinduktion, wie solche bei gewöhnlichem Wechselstrom bei $\frac{1}{C} = n^2 L$ eintritt, ist unmöglich, da wir nicht gleichzeitig $\psi_2 = \psi_4 = \cdots \psi_m = 0$ machen können. Bei $L = 0$ erhalten wir wie bei Wechselstrom ein Voreilen des Stromes gegen die elektromotorische Kraft.

§ 5. Eine Arbeit von J. Zenneck[3]) bewog mich noch den Fall eines Transformators, dessen eine Wickelung die gleichgerichtete sinusförmige elektromotorische Kraft enthält, zu untersuchen. Die sekundäre Wickelung muss in diesem Fall nach der Meinung von J. Zenneck der Sitz einer induzierten elektromotorischen Kraft sein, deren Form die Derivierte einer gleichgerichteten Sinusoide ist, also ungefähr die Form der Fig. 5 hat. Versuche ergaben aber eine ganz andere Form der Stromkurve, nämlich die der Fig. 6. J. Zenneck erklärt diese Abweichung von der erwarteten Stromkurve durch die Annahme, dass die Voraussetzungen über die Sinusförmigkeit des verwandten Wechselstromes, über die richtige Ventilwirkung der Aluminiumzellen und über die Hysteresisfreiheit des Transformators nicht

1) Th. Des Coudres, diese Zeitschr. **2**, 586, 1901.

2) Formel (1) entspricht allen Bedingungen, denen eine Fouriersche Reihe genügen muss, damit wir das Recht haben, einen Differentialquotienten von ihr zu bilden.

3) J. Zenneck, Wied. Ann. **69**, 859, 1901.

genau zutreffen. Die unten angeführten Berechnungen erweisen jedoch, dass selbst bei vollständigem Zutreffen der obengenannten Voraus-

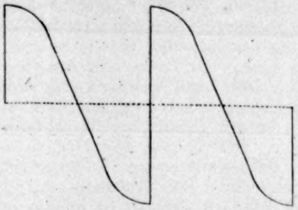


Fig. 5.

setzungen die induzierte elektromotorische Kraft ungefähr die Form der Fig. 6 haben muss.

Die Untersuchung dieser Frage nach gewöhnlichen Methoden führt zu ziemlich komplizierten Rechnungen. Darum wandte ich mich zu den von Heaviside und Perry angegebenen Methoden der symbolischen Lösung der in Wechselstromfragen vorkommenden linearen Differentialgleichungen. Es seien R und L, R_1

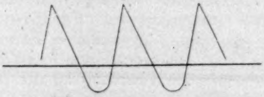


Fig. 6.

und L_1 die Widerstände und Selbstinduktionen des primären und sekundären Stromkreises; M die gegenseitige Induktion der Stromkreise. Es seien e und i die Momentanwerte der elektromotorischen Kraft und Stromstärke im Primärkreise, i_1 der induzierte Strom. Wir haben dann im primären Stromkreis:

$$\left.\begin{aligned} e &= (R + L\Theta)\, i + M\Theta\, i_1 \\ &\text{im sekundären} \\ O &= M\Theta\, i + (R_1 + L_1\Theta)\, i_1 \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

wo Θ symbolisch einen Differentialquotienten darstellt.

Durch Lösung der Gleichungen (12) erhalten wir:

$$\left.\begin{aligned} i &= \frac{(R_1 + L_1\Theta)\, e}{RR_1 + (RL_1 + R_1 L)\Theta + (LL_1 - M^2)\Theta^2} \\ i_1 &= \frac{-M\Theta e}{RR_1 + (RL_1 + R_1 L)\Theta + (LL_1 - M^2)\Theta^2} \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

Wenn wir die Voraussetzung machen, dass der Transformator ohne magnetische Streuung ist, also $LL_1 = M^2$ ist, und in (13) den Wert von e aus (1) hineinsetzen, erhalten wir:

$$\left.\begin{aligned} i &= \frac{2}{\pi}\frac{E_0}{R} - E_0 \sum \frac{1}{m^2 - 1} \cdot \frac{R_1 + L_1\Theta}{RR_1 + (RL_1 + R_1 L)\Theta} \cos m\omega t; \\ i_1 &= \frac{4}{\pi} E_0 \sum \frac{1}{m^2 - 1} \cdot \frac{M\Theta}{RR_1 + (RL_1 + R_1 L)\Theta} \cos m\omega t. \end{aligned}\right\} \qquad (14)$$

Formeln (14) ergeben bei Benutzung der allgemeinen Transformation:

$$\frac{a + C\Theta}{c + d\Theta} Sn\,(nt + \varphi) = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 n^2}{c^2 + d^2 n^2}}\; Sn\left(nt + \varphi + tg^{-1}\frac{bn}{a} - tg^{-1}\frac{dn}{c}\right)$$

folgende Ausdrücke für i und i_1:

$$\left.\begin{aligned} i = \frac{2E_0}{\pi R}\Bigg[1 - 2\sum \frac{1}{m^2 - 1}\left(\frac{1 + tg^2\psi_m}{1 + (tg\,\psi_m + tg\,\varphi_m)^2}\right)^{1/2} \\ \cos\left(m\omega t + \psi_m - tg^{-1}(tg\,\psi_m + tg\,\varphi_m)\right)\Bigg] \end{aligned}\right. \qquad (15)$$

$$\begin{aligned} i_1 = -\frac{4}{\pi}\frac{E_0}{R_1} \cdot \frac{M\omega}{R} \sum \frac{m}{m^2 - 1} \cdot \\ \frac{1}{(1 + [tg\,\psi_m + tg\,\varphi_m]^2)^{1/2}} \\ Sn\left(m\omega t - tg^{-1}[tg\,\varphi_m + tg\,\psi_m]\right) \end{aligned} \qquad (16)$$

wo $tg\,\psi_m = \frac{L_1 m\omega}{R_1}$ und $tg\,\varphi_m = \frac{L m\omega}{R}$ ist.

Der Strom im Primärkreise (15) ist ein pulsierender Strom (wie ihn die Fig. 2, 3, 4 geben), dessen Momentanwert nie gleich Null wird und dessen Amplitude desto kleiner ist, je kleiner der Widerstand des Sekundärkreises wird. Diese Betrachtung erklärt auch, wie J. Zenneck es mitteilt, warum der Wirkungsgrad seiner Anordnung ein so wenig günstiger war. Man kann aber auch nicht, wie es J. Zenneck erwartet, von einem besser gebauten Transformator einen höheren Wirkungsgrad erhalten, da wir ja immer im Primärkreise mit einem Strom zu thun haben werden, dessen Momentanwert nie Null erreicht. Ein Strom der Form Fig. 1 ist ja nur in einem Leiter ohne Selbstinduktion möglich, der andererseits aber nicht als Primärkreis eines Transformators dienen kann.

Wenn wir in (15) $R_1 = \infty$ setzen (Sekundärkreis offen) so erhalten wir, wie es auch zu erwarten war, die Formel (6).

Der Strom (16) im Sekundärkreise des Transformators ist ein Wechselstrom. Da die Zeitkonstante des Primärkreises gewöhnlich sehr gross ist, so können wir (16) annähernd in der Form schreiben:

$$i_1 = \frac{4}{\pi} E_0 \cdot \frac{M}{LR_1 + L_1 R} \cdot \sum \frac{1}{m^2 - 1}. \qquad (17)$$

$$\cos m \omega t = A \cdot \frac{4}{\pi} E_0 \sum \frac{1}{m^2 - 1} \cos m \omega t .$$

Durch Vergleich von (17) mit (1) und (2) erhalten wir:

$$i_1 = A (e_m - e) ,$$

wo e_m die konstante mittlere und e die momentane elektromotorische Kraft bedeutet, und A eine Konstante ist. Wir erhalten also die Form der Stromkurve, wenn wir in Fig. 1 die Zeitachse um $\frac{2}{\pi} E_0$ heben und die so erhaltene Kurve einer Drehung von 180° um die Zeitachse unterwerfen. Wir bekommen dann die Kurve Fig. 7 die vollständig der experimentell von Zenneck er-

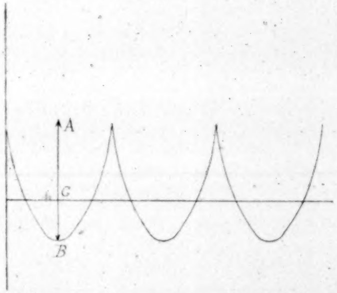


Fig. 7.

haltenen Kurve Fig. 6 gleicht.[1]) Um den Grad der Ähnlichkeit beider Kurven zu untersuchen, mass ich an der Zenneckschen Kurve (so gut es ihre kleinen Dimensionen zuliessen) das Verhältnis $\frac{AC}{AB}$ (siehe Fig. 7) und fand es gleich $\frac{5,5}{8,5} = 0,64$; theoretisch muss es nach unseren Formeln $\frac{2}{\pi} = 0,637$ sein; beide Werte stimmen auffallend gut. Wir schliessen daraus, dass die Form der Zenneckschen Kurve weder Hysteresiserscheinungen noch anderen zuzuschreiben ist, sondern dass sie eine notwendige Folgerung der Wirkung einer gleichgerichteten sinusförmigen elektromotorischen Kraft ist. Eher könnte die Asymmetrie dieser Kurve (die Kurve steigt schnell, fällt langsamer) den Abweichungen von der Sinusform oder der durch Anwesenheit von Eisen hervorgerufenen Inkonstanz der Induktionskoeffizienten zugeschrieben werden.

Physikalisches Laboratorium der Artillerieschule für Marineoffiziere in Kronstadt.

1) Fig. 5 und 6 sind den Fig. 5 und 7 in der Zenneckschen Arbeit nachgezeichnet.

(Eingegangen 17. Januar 1902.)

Versuche über erregte Radioaktivität.

Von E. Rutherford.

In einer früheren Mitteilung[1]) habe ich gezeigt, dass die von Thoriumverbindungen erregte Radioaktivität in einem starken elektrischen Felde auf die negative Elektrode konzentriert werden kann. Der Betrag der erregten Radioaktivität, die in einer gewissen Zeit unter gleichen Bedingungen hervorgerufen wird, ist unabhängig von der chemischen Beschaffenheit der Elektrode, und ebenso von der Grösse der Fläche, auf der die erregte Radioaktivität hervorgerufen wird. Die Abnahme der erregten Radioaktivität mit der Zeit ist unabhängig von der Natur der Substanz, auf der sie hervorgerufen worden ist, und von dem Drucke und der Natur des umgebenden Gases. Es wurde gezeigt, dass die Intensität der erregten Strahlung mit der Zeit abnimmt und in etwa 11 Stunden auf die Hälfte ihres Anfangswertes sinkt.

Bei diesen Versuchen wurde der radioaktiv zu machende Körper stets für Zeiten von zwei Stunden bis zu mehreren Tagen in Gegenwart von Thorium exponiert. Bei neueren Arbeiten stellte es sich als notwendig heraus, den Betrag der Radioaktivität an einem Körper zu untersuchen, der nur eine kurze Zeit in Gegenwart des Thoriums exponiert war. Für diesen Zweck wurde ein besonders empfindliches Elektrometer angewandt, um mit Genauigkeit den geringen Betrag der erregten Strahlung zu messen.

Es fand sich, dass der Betrag der erregten Strahlung, am Elektrometer gemessen durch Beobachtungen des Ionisationsstromes zwischen parallelen Platten oder konzentrischen Cylindern, noch einige Stunden hindurch beständig wuchs, nachdem das Thorium entfernt war.

Die folgenden Tabellen genügen, um den allgemeinen Verlauf der Erscheinung zu zeigen.

I. Platindraht als Kathode 15 Minuten in einem Cylinder exponiert, der Thorium enthielt.

Potentialdifferenz zwischen den Elektroden 110 Volt; dann wurde der Draht entfernt und die Radioaktivität in bestimmten Intervallen geprüft. Erste Beobachtung 5 Minuten nach der Entfernung.

Zeit	Bewegung der Elektrometernadel in Skalenteilen pro Sekunde
0	1,9
7,5	2,8
24	4,0
43	4,6
58	5,2
78	5,9
99	6,5

In diesem Falle wuchs die Radioaktivität um das mehr als Dreifache und hatte auch nach

1) Phil. Mag. Februar 1900.

einer Zeit von 99 Minuten ihren grössten Wert noch nicht erreicht.

II. Aluminiumblatt als Kathode in einem Apparat mit parallelen Platten, der Thorium enthielt. Exposition 41 Minuten. Erste Beobachtung 6 Minuten nach der Entfernung.

Zeit	Skalenteile pro Sekunde
0	1
21 Minuten	1,6
31 "	1,8
57 "	2,0
70 "	2,2
91 "	2,5
120 "	2,9
160 "	2,9
180 "	2,9
22 Stunden	1,0
49 "	0,21

In diesem Falle wurde, um vergleichen zu können, der Ionisationsstrom beim Beginne der Beobachtungen als Einheit genommen. Man bemerkt, dass die Radioaktivität gerade wie in der ersten Tabelle, mit der Zeit sehr schnell wächst und nach 2 Stunden ein Maximum von 2,9 erreicht. Dann bleibt sie einige Stunden lang annähernd konstant, und vermindert sich schliesslich allmählich im normalen Verhältnis.

Ähnliche Ergebnisse wurden erhalten, wenn der Körper durch kurzdauernde Exposition in Gegenwart von Thorium radioaktiv gemacht wurde, ohne dass ein elektrisches Feld wirksam war.

Dieses Wachsen der Radioaktivität mit der Zeit ist unabhängig von der Natur der Elektrode und von dem Grade der Konzentration der Radioaktivität.

Wenn die Platte oder der Draht einige Stunden ausgesetzt wird, ehe man ihn entfernt, ist die nachfolgende Steigerung der Radioaktivität sehr klein; für eine noch längere Expositionszeit fällt nachher die Radioaktivität beständig. Dieses Fallen nach langen Expositionen darf man erwarten, wenn die Steigerung des Strahlungsvermögens der radioaktiven Substanz, die in den letzten paar Stunden der Exposition niedergeschlagen wird, mehr als kompensiert wird durch die Abnahme der Strahlung des Restes.

Diese Ergebnisse erklären eine auffällige Anomalie, die früher (loc. cit. S. 178) in dem Wachsen der von Thorium erregten Radioaktivität mit der Expositionszeit beobachtet worden war. Es war dort gezeigt worden, dass unter der Annahme eines gleichförmigen Niederschlages von radioaktiver Substanz, die an der erregten Strahlung schuld ist, und einer regelmässigen Verminderung der Strahlungsintensität mit der Zeit, das Anwachsen der erregten Radioaktivität mit der Expositionszeit dem Anwachsen eines elektrischen Stromes gleich ist, der in einem Stromkreise von konstanter Selbstinduktion entsteht. Während dies zu einer Erklärung der experimentellen Ergebnisse im grossen und ganzen ausreichte, wurde beobachtet, dass der Betrag der erregten Radioaktivität in den ersten paar Stunden der Exposition sehr viel kleiner war, als es der Theorie entsprach. Diese Abweichung erklärt sich indessen, wenn jeder Anteil der radioaktiven Substanz einige Stunden braucht, um seine grösste Strahlungsfähigkeit zu erreichen.

Wenn wir die Anschauung zu Grunde legen, dass erregte Radioaktiviät von dem Niederschlag einer irgendwie beschaffenen radioaktiven Substanz auf den Körpern herrührt, so hat es den Anschein, dass entweder 1. die Strahlung einer allmählichen molekularen Umlagerung oder chemischen Kombination zugeschrieben werden muss, welche einige Stunden brauchen, um ihre maximale Intensität zu erreichen, oder das 2. die niedergeschlagene radioaktive Substanz in dem Drahte oder der Platte erregte Radioaktivität veranlasst, die sich zu ihrer eigenen ursprünglichen Radioaktivität hinzu addiert.

Es wurden auch Versuche gemacht, indem die strahlende Elektrode ungefähr auf Rotglut erhitzt wurde; indessen war es nicht möglich, in dieser Weise die Zeit zu verkürzen oder zu verlängern, die bis zur Erreichung des Maximums des Strahlungsvermögens notwendig war, noch auch, das endgültige Maximum merklich zu beeinflussen.

Von Radium erregte Radioaktivität.

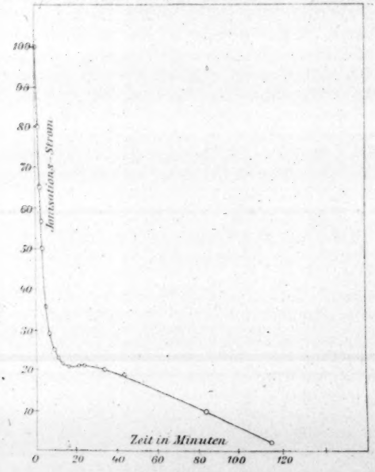
Es wurden einige Versuche gemacht, um zu erfahren, ob das nachträgliche Wachsen des Strahlungsvermögens auch für die von Radiumverbindungen erregte Radioaktivität beobachtet werden kann. Ein Platindraht wurde in einem Gefässe mit Radiumausströmung 10 Minuten lang zur Kathode gemacht. Dann wurde er entfernt und die Änderung seiner Radioaktivität mit der Zeit geprüft. Die zwei Proben von Radium, die von P. de Haen, Hannover stammten, gaben verschiedene Abfallkurven. Die Abfallkurve der als „konzentriert" bezeichneten Probe (Fig. 1) war sehr unregelmässig, kann aber in drei Teile geteilt werden:

1. Ein anfänglich sehr schneller Abfall der erregten Aktivität für ungefähr 10 Minuten.
2. Eine sehr langsame Änderung für die nächsten 30 Minuten etwa.
3. Eine schnellere Abnahme, bi die Radioaktivität verschwunden ist.

Die Abfallkurve für das als „einfach" bezeichnete Radium war nicht so unregelmässig, aber der allgemeine Verlauf wurde ebenso gefunden, nur in einer weniger ausgeprägten Form. Für die ersten paar Minuten fiel die Radioakti-

vität sehr schnell, dann langsamer und schliesslich wieder schneller.

Um die Gestalt der in Fig. 1 wiedergegebenen Kurve des Abfalles der von Radium erregten Strahlung zu erklären, scheint es nötig, anzunehmen, dass die radioaktive Substanz, die auf den erregten Körper übertragen wird, wenigstens zwei Arten von Strahlungen von sich giebt. Die eine derselben nimmt sehr schnell mit der Zeit ab. Die Intensität der anderen wächst einige Zeit, nachdem die radioaktive Substanz niedergeschlagen ist, ähnlich wie das bei Thorium beobachtet wurde, nachher aber fällt sie



in regelmässiger Weise. Eine solche Hypothese würde die allgemeine Form der Abfallkurve für die von beiden Proben des Radiums erregte Radioaktivität erklären. Der relative Betrag derjenigen Strahlung, die schnell abnimmt, verglichen mit der anderen, scheint bei verschiedenen Proben von Radium verschieden zu sein.

Wirkung von Lösungen.

Es war früher gezeigt worden (l. c.), dass Schwefel- und Salzsäure einen Teil der erregten Radioaktivität wegnehmen, die an einem Thorium ausgesetzten Platindrahte erregt wurde. Die so entfernte Radioaktivität bleibt in der Lösung. Wenn man die Lösung bis zur Trockenheit eindampft, so wird die Radioaktivität auf die Wand des Gefässes übertragen.

Keine anderen Substanzen haben sich finden lassen, die so lebhaft die erregte Radioaktivität auflösten, wie Schwefelsäure, Salzsäure und Fluorwasserstoffsäure, obwohl eine grosse Zahl organischer und unorganischer Säuren und Lösungen geprüft worden ist.

Bei einigen der früheren, zwei Jahre zurückliegenden Experimente war gefunden worden, dass $^1/_{10}$ normale reine Schwefelsäure die gesamte auf einem Platindrahte erregte Radioaktivität bis auf 8 Proz. in wenigen Minuten entfernte. Verdünnte Salzsäure des Handels entfernte sie in wenigen Sekunden bis auf 10 Proz. Unsere Versuche mit verschiedenen Proben reiner und käuflicher Säure gaben sehr verschiedene Ergebnisse. Beispielsweise wurden mit einer anderen Probe von reiner Schwefelsäure ungefähr 50 Proz. sehr schnell entfernt, der Rest aber wurde äusserst langsam gelöst. Käufliche Salzsäure vermindert die Radioaktivität bis auf 29 Proz. Die entfernte Menge wurde durch beträchtliche Verdünnung der Säure nicht wesentlich verändert.

Käufliche Salz- und Schwefelsäure findet sich sehr viel wirksamer, die Radioaktivität zu entfernen, als die ganz reinen Säuren.

Die Bedingungen, unter denen der Platindraht radioaktiv gemacht worden war, hatten keinen besonderen Einfluss auf das Ergebnis. Die Expositionszeit, die Gegenwart oder Abwesenheit von Wasserdampf bedingten keinerlei Unterschied. Die grosse Verschiedenheit der Fähigkeit, erregte Radioaktivität zu entfernen, wie sie bei verschiedenen Proben reiner Schwefelsäure und bei käuflicher und reiner Säure auftritt, scheint zu dem Schlusse zu drängen, dass die Entfernung der erregten Radioaktivität von dem Platin von einer geringen Verunreinigung herrührt, die in verschiedenen Proben der Säure mit verschiedenem Betrage vorhanden ist.

Abnahme der erregten Radioaktivität in Schwefelsäure.

Es wurden Versuche unternommen, um zu erkennen, ob die einer verdünnten Lösung von Schwefelsäure mitgeteilte Radioaktivität mit derselben Geschwindigkeit wie in Luft abnimmt.

Ein radioaktiv gemachter Platindraht wurde für wenige Minuten in $^1/_{10}$ normale Schwefelsäure Lösung getaucht, die in einer Bürette von 12 cm^3 enthalten war. Nach der Entfernung des Platindrahtes wurde die Säure tüchtig geschüttelt und einige Tage sich selbst überlassen. Zu verschiedener Zeit wurden 2 cm^3 derselben Lösung entfernt und in einer Platinschale eingedampft. Die Radioaktivität in der Schale wurde in der gewöhnlichen Weise mit Hilfe eines Elektrometers geprüft. So wurden die Beträge der Radioaktivität, die in gleichem Volumen der Lösung zurückblieben, nach verschiedenen Zeitintervallen bestimmt. Die Ergebnisse zeigten, dass die Abnahme der erregten Strahlung in der Lösung nahezu dieselbe war, als

wenn sie an dem Platindrahte der Luft ausgesetzt worden wäre. Dieses Ergebnis in Verbindung mit anderen ähnlicher Art scheint zu zeigen, dass die Abfallgeschwindigkeit der erregten Radioaktivität einem in der radioaktiven Substanz selbst verlaufenden Vorgange zuzuschreiben ist, der von der Substanz, mit der sie in Berührung ist, nicht beeinflusst wird.

Einfluss der Temperatur.

Die an einem Platindrahte von Thorium erregte Strahlung wird durch eine Steigerung der Temperatur bis zur Rotglut wenig beeinflusst. Ein grosser Betrag der Radioaktivität aber wird rasch entfernt, wenn man bis zur Weissglut erhitzt. Eine lang andauernde Hitze auf hohe Temperatur ist notwendig, wenn man auch den Rest entfernen will. Der Teil, der durch Hitze schwer entfernt wird, wird auch durch Lösungen von Salz- oder Schwefelsäure sehr wenig angegriffen.

Keine bemerkenswerte „radioaktive Ausströmung" wurde von einem erregten Platindrahte erhalten, während er auf Weissglut erhitzt wurde, welche ihr radioaktives Strahlungsvermögen sehr bald zerstörte.

Es sind Versuche im Gange, um zu zeigen, ob hierbei die erregte Radioaktivität zerstört oder nur auf die umgebenden Körper übertragen wird.

Mc. Gill Univ., Montreal, den 14. Jan. 1902.

(Aus dem Englischen übersetzt von H. Th. Simon.)

(Eingegangen 14. Februar 1902.)

Über die durch Kathodenstrahlen bewirkte Ablenkung der Magnetnadel.[1])

Von Josef von Geitler.

Vor einiger Zeit habe ich unter dem obigen Titel Versuche beschrieben[2]), durch welche mir der Beweis erbracht erschien, dass Kathodenstrahlen magnetische Wirkungen besitzen. Bei weiteren Versuchen, welche ich in den letzten Monaten anstellte, bin ich nun zu der Erkenntnis gekommen, dass bei meiner Versuchsanordnung eine Fehlerquelle vorhanden war, welche bei allen Modifikationen des Versuches dem Sinne nach stets so wirkte, wie man es von den Kathodenstrahlen selbst erwarten konnte.

Die verschiedenen Messingröhren m nämlich[3]), in welchen behufs elektrostatischen Schutzes die Magnetnadel bei den verschiedenen Versuchen hing, besassen einen eingelöteten Boden aus gewalztem Messing. Dort, wo die Kathodenstrahlen das Metallrohr treffen, wird dasselbe erwärmt. Zwischen dem erwärmten und nicht erwärmten Teile der Berührungsfläche von Messingrohr und Messingboden entsteht dadurch eine thermoelektrische Potentialdifferenz, welche bei den besonders günstigen Widerstandsverhältnissen hinreichend ist, um einen Strom von genügender Stärke zu erzeugen, welcher die Nadel ablenkt. Leider war aber die Richtung des Stromes stets so, dass die Ablenkung in dem von den Kathodenstrahlen zu erwartenden Sinne erfolgte. Die Erwärmung und Abkühlung des Rohres findet ferner so prompt statt, dass sich die Fehlerquelle durch den Charakter des Ausschlages, besonders bei ungedämpfter Nadel, kaum verrät. Es ist leicht einzusehen, dass bei Vertauschung der Elektroden $a\alpha$ mit $b\beta$ auch der Thermostrom zugleich mit den Kathodenstrahlen seinen Sinn verändert, dass er nicht auftritt, wenn a Anode, α Kathode ist, dass er nicht wirkt, wenn $c\gamma$ Elektroden sind und in den Versuchen No. 8 bis 11, welche der Hertzschen Anordnung entsprechen, fehlt, sowie dass er um so stärker ist, je kräftiger die Kathodenstrahlen sind, die ihn erzeugen. Auch bei den Versuchen mit der in Fig. 2 (l. c.) abgebildeten Röhre scheint dieselbe Fehlerquelle im Spiele gewesen zu sein. Danach ist es klar, dass ein grosser, und wie ich glaube, der grösste Teil der beobachteten Wirkung auf Rechnung der erwähnten Fehlerquelle zu setzen ist. Ich bin damit beschäftigt, die Grösse des Anteils zu suchen, welchen die Kathodenstrahlen selbst an dem Phänomene besitzen. Die quantitativen Angaben meiner Arbeit lassen sich nach den jetzigen Erfahrungen nicht aufrecht erhalten. Die leitende Idee, welche ich seinerzeit ausführlich dargelegt habe, scheint mir dagegen vorläufig unberührt bestehen zu bleiben.

Physik. Inst. der k. k. deutsch. Univ. Prag.

(Eingegangen 24. Februar 1902.)

1) Aus dem Anzeiger 3, der kais. Akad. d. Wiss. in Wien vom 23. Januar 1902.

2) Wiener Sitzungsberichte, **110**, Abt. IIa, S. 358 und Ann. der Physik, **5**, 924, 1901. Siehe auch diese Zeitschr., **2**, 601, 1901.

3) Vergl. l. c. Fig. 1.

Das mechanische Äquivalent der Lichteinheit.

Von Knut Ångström.

Nachdem Julius Thomsen[1]) schon 1865 einen ersten Versuch zur Bestimmung des mechanischen Äquivalents einiger Lichtquellen gemacht hatte, wurde von O. Tumlirz 1889 das mechanische Äquivalent unserer gegenwärtigen Lichteinheit näher bestimmt.[2]) Die Gesamtstrahlung (Q) wurde mit einer Art von

1) J. Thomsen, Pogg. Ann. **125**, 348, 1865.

2) O. Tumlirz, Wied. Ann. **38**, 640, 1889.

Luftthermometer bestimmt, das Verhältnis der Licht- und der Gesamtstrahlung oder der Lichteffekt der Strahlung (L/Q) wurde auf dieselbe Weise, wie es früher Melloni und Julius Thomsen gemacht hatten, ermittelt, und zwar dadurch, dass die ultraroten Strahlen durch eine Wasserschicht absorbiert und so von den Lichtstrahlen (L) getrennt wurden.

Bei der Bestimmung der Gesamtstrahlung der Hefnerschen Amylacetatlampe, die ich bei einer anderen Gelegenheit ausgeführt habe[1]), überzeugte ich mich, dass diese Strahlung nicht unbedeutend grösser war, als Tumlirz sie angegeben hatte. Andererseits ist die Methode, den Lichteffekt der Strahlung durch Absorption in Wasser zu bestimmen, aus leicht einzusehenden Gründen prinzipiell unrichtig und muss zu hohe Werte der Lichtstrahlung geben.[2])

Weil eine genaue Kenntnis unserer Lichteinheit für viele physikalische Fragen von hoher Bedeutung ist, entschloss ich mich, die Frage wieder aufzunehmen. Meine Untersuchung der Hefner-Lampe zerfällt, wie die früheren über diesen Gegenstand, in zwei Teile: 1. die Bestimmung der Gesamtstrahlung, 2. die Bestimmung des Verhältnisses der Licht- und der Gesamtstrahlung.

Die von mir untersuchte Normallampe mit Hefnerschem Flammenmass war von Siemens & Halske bezogen. Zur Bestimmung der Gesamtstrahlung bediente ich mich des von mir konstruierten Kompensationspyrheliometers[3]) und zwar eines vorzüglichen Instrumentes mit Streifen von Manganin (betreffs der Konstruktion des Instrumentes möchte ich hier nur auf die citierte Abhandlung hinweisen). Die Gleichheit der Temperatur der Streifen wurde mit Hilfe eines hochempfindlichen Spiegelgalvanometers, die Stärke des Erwärmungsstromes durch einen Präzisions-Milliampèremeter von Siemens & Halske ermittelt. Bestimmungen der Gesamtstrahlung wurden in zwei verschiedenen Abständen von der Lampe, und zwar 500 cm und 100 cm davon, ausgeführt und gaben vollständig übereinstimmende Resultate. Als Mittel mehrerer Bestimmungen ergab sich als

Wert der Gesamtstrahlung (Q) bei 1 m Abstand: $0{,}00129 \, \frac{\text{gr.-Kal.}}{\text{Min.}}$

oder $0{,}0000215 \, \frac{\text{gr.-Kal.}}{\text{Sek.}}$

Der Fehler dieser Bestimmung dürfte 3 Proz. nicht übersteigen.

1) K. Ångström, Wied. Ann. **67**, 647, 1899.

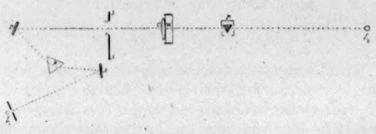
2) Tumlirz fand die Gesamtstrahlung einer Meterkerze 0,0000148 Grammkalorien pro Sek. und den Lichteffekt der Strahlung = 2,4 Prozent.

3) K. Ångström, Wied. Ann. **67**, 633, 1899.

Der Lichteffekt der Strahlung wurde auch nach einer neuen Methode bestimmt. Die von Langley benutzte Methode — das Energiespektrum auf bolometrischem Wege zu bestimmen und den Lichteffekt durch Integrieren der so erhaltenen Kurven zu ermitteln — ist wohl prinzipiell richtig, aber doch mit ziemlich grossen Schwierigkeiten verbunden, besonders wenn es sich um schwache Lichtquellen handelt. Ausserdem üben die Prismen, Linsen oder Spiegel des Spektralapparates eine selektive Veränderung der Strahlung aus, die besonders in dem äussersten ultraroten Spektrum stark hervortritt und deren Einfluss auf das Resultat schwer zu berechnen ist. Die folgende Methode ist von diesen Fehlerquellen frei.

Die Strahlung der zu untersuchenden Lichtquelle wird durch ein Spektroskop zerlegt: durch Schirme werden die nicht sichtbaren Teile des Spektrums abgeblendet, die leuchtenden Strahlen dagegen durch eine Cylinderlinse zu einem weissen Bilde auf einem Photometerkopf vereinigt. Ein zweites Exemplar derselben Lichtquelle wird so aufgestellt, dass die von dieser auf dem Photometerkopfe direkt fallende Strahlung photometrisch gleich der erstgenannten ist. Man hat also zwei Strahlungen von physiologisch ganz gleicher Stärke und Zusammensetzung, die erste enthält aber nur Lichtstrahlen, die zweite ist die entsprechende Gesamtstrahlung. Wenn der Photometerkopf gegen ein Bolometer oder eine Thermosäule vertauscht wird, kann man die Energie der beiden Strahlungen und also das Verhältnis derselben bestimmen.

Die Anordnung des Versuches wird durch die Figur näher erläutert.



L_1 und L_2 sind die Lichtquellen, ABD ein Spiegelspektroskop, S Schirm, C Cylinderlinse, W Wasserkammer, um die Strahlung durch Erwärmung des Schirmes abzuhalten, P Photometerkopf, der gegen eine empfindliche Thermosäule vertauscht werden kann. Alle diese Teile sind auf einer grossen, 2 m langen, optischen Bank befestigt und können also leicht einjustiert werden. Der Schirm S ist durch eine Mikrometerschraube senkrecht auf der Längenrichtung der Bank beweglich und wurde so eingestellt, dass das Spektrum jenseits $\lambda = 0{,}76\ \mu$ abgeblendet wurde.

Bei der Untersuchung solcher Lichtquellen, deren Lichtstrahlung durch das Glühen von Kohlenpartikeln hervorgebracht wird, kann man

die Lichtquelle L durch eine Glühlampe ersetzen und die Stromstärke regulieren, bis die Farbe des Lichtes dieselbe wird, wie diejenige der zu untersuchenden Lichtquelle. Dies ist besonders in denjenigen Fällen vorteilhaft, wo die Lichtstrahlung schwach ist und wurde deswegen bei der Untersuchung des Hefnerlichtes von mir benutzt.

Als Mittel mehrerer Bestimmungen des Lichteffekts der Hefnerlampe habe ich erhalten:

$$L/Q = 0{,}90\ \% \ (\pm 0{,}04\%).$$

Aus diesen Bestimmungen von Q und L/Q berechnet sich jetzt die Energie, die unserer Lichteinheit (= Energie der Lichtstrahlung auf 1 cm² in 1 cm Entfernung) und Beleuchtungseinheit (= Energie der Lichtstrahlung auf 1 cm² in 1 m Entfernung) entspricht. Wir finden:

$$1 \text{ Lichteinheit} = 0{,}009 \cdot 0{,}0000215 \cdot 100^{-2} =$$
$$1{,}94 \cdot 10^{-3} \frac{g\,cal.}{sec.} = 8{,}1 \cdot 10^{4} \frac{erg}{sec}.$$
$$1 \text{ Meterkerze} = 0{,}009 \cdot 0{,}0000215 =$$
$$1{,}94 \cdot 10^{-7} \frac{g\,cal.}{sec.} = 8{,}1 \frac{erg}{sec.}.$$

Das mechanische Äquivalent der Einheit der Beleuchtungsstärke ist also rund 8 *erg* pro Sekunde.[1])

Ich habe bis jetzt nur Gelegenheit gehabt, den Lichteffekt der Strahlung der Hefnerlampe und der Acetylenflamme zu untersuchen. Für die letzterwähnte habe ich als Mittel von 5 Bestimmungen erhalten:

$$L/Q = 5{,}5\%.$$

Früher ist der Lichteffekt der Acetylenflamme von Stewart und Hoxie[2]) untersucht worden. Sie fanden durch eine verbesserte Absorptionsmethode $L/Q = 10{,}5\ \%$, ein Resultat, das offenbar, den Fehlerquellen der Untersuchungsmethode zufolge, zu gross ist. Später hat aber Stewart noch eine Bestimmung dieses Lichteffekts ausgeführt[3]) und zwar durch das Integrieren der auf spektrometrischem Wege erhaltenen Energiekurve, wobei er den früheren hohen Wert bestätigt findet. Dies erklärt sich doch aus einem Fehler, den der Verf. bei Behandlung seiner Beobachtungsresultate gemacht hat.[4]) Bei Vermeidung dieses Fehlers erhält man aus den Beobachtungen des Herrn Stewart einen Wert des Lichteffektes, welcher in vollständiger Übereinstimmung mit dem oben gefundenen, zwischen 5% und 6% liegt.

Dass der Lichteffekt der Strahlung unserer gewöhnlichen Beleuchtungsmittel sehr unbedeutend ist, war schon längst bekannt. Es scheint aber, als wären die früheren Bestimmungen dieser Grösse — mit Ausnahme vielleicht derjenigen von Langley — noch zwei- bis dreimal zu hoch.

Physikal. Institut der Univ. Upsala. Jan. 1902.

(Eingegangen am 31. Januar 1902.)

1) Man vergleiche die Darstellung von Drude: Lehrbuch der Optik, S. 445, 1900, wo die von Tumlirz angegegebenen Werte als Grundlage der Berechnungen angeführt sind.

2) E. L. Nichols, The Phys. Review **11**, 219, 1900; diese Zeitschr. **2**, 221, 1901.

3) G. W. Stewart, The Phys. Review **14**, 257, 1901.

4) Der Verf. führt seine im prismatischen Spektrum gemachten Beobachtungen in ein Normalspektrum ein und dividiert jede Beobachtung mit dem Quadrate der bezüglichen Spaltbreite ausgedrückt in Wellenlängen (S. 275—276 l. c.). Er verwandelt auf diese Weise sein prismatisches Spektrum eigentlich zweimal ins Normalspektrum.

Über die Doppellinien im Spektrum der Chromosphäre.

Von A. Schmidt (Stuttgart.)

Die anomale Dispersion scheint berufen, den Erklärungsgrund für verschiedene Besonderheiten der Refraktionserscheinungen in den Atmosphären der Himmelskörper, besonders der Sonne, zu geben. Es wäre ja höchst merkwürdig, wenn die Eigenschaft des Natriumdampfes, dem Lichte, das den Linien seines Emissionsspektrums benachbart ist, eine beiderseits weit über die Grenzen des Spektrums hinausreichende Brechbarkeit zu geben, nur auf diesen einen oder wenige andere Körper beschränkt wäre. Vor allem ist zu begrüssen, dass durch die gesetzmässige Auffassung der Erscheinung sich ein neuer Erklärungsgrund für die Linienverschiebungen in dem Spektrum des Lichtes der Sonnenflecken bietet und man nicht genötigt ist, nach dem Dopplerschen Prinzip auf die unwahrscheinlichsten Geschwindigkeiten von Massenbewegungen zu schliessen.

Auch für das Phänomen der Chromosphäre liefert die anomale Dispersion eine neue von der auf Kirchhoff zurückgehenden abweichende Erklärung. Und diese von Herrn W. H. Julius in zwei Berichten an die k. Akademie der Wissenschaften zu Amsterdam, die auch in der Physikalischen Zeitschrift[1]) veröffentlicht wurden, gegebene neue Theorie ist zudem gestützt durch eine höchst merkwürdige neue Thatsache, welche den Sonnenphysikern bis jetzt entgangen war. Die hellen Linien der Chromosphäre, besonders ihres dem Sonnenrande nächsten Teiles, der unmittelbar vor und nach der Totalität einer Sonnenfinsternis die Erscheinung des „Flash" bietet, diese Linien, welche man seit Kirchhoffs grosser Entdeckung als ein Emissionsspektrum der umkehrenden Schicht, als die genaue Umkehrung des Fraunhoferschen Absorptionsspektrums

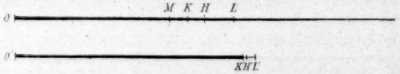
1) Jahrg. **2**, 348—53, 357—360, 1901; Jahrg. **3**, 154—158, 1902.

betrachtete, sind nicht einfach, sondern bei feinster photographischer Aufnahme alle verdoppelt.

Herr Julius kann im Chromosphärenspektrum keinen Anteil von Eigenlicht der Chromosphäre entdecken, er sieht in diesen Linien einen Auszug aus dem weissen Lichte der Photosphäre, abgelenkt als anomal zerstreutes Licht durch die Schlieren der nur schwach selbstleuchtenden chromosphärischen Gase.

Nun dürfte es aber nicht ungerechtfertigt erscheinen, eine Erklärung, welche auf die verhältnismässig kleinen und zufälligen Refraktionswirkungen der Schlieren gegründet ist, auf ihre Verträglichkeit mit der auch in der Sonnenatmosphäre wirksamen allgemeinen Strahlenbrechung zu prüfen. Wohl berücksichtigt der Autor diese Strahlenbrechung soweit sie die Wirkung der einzelnen Schliere modifiziert, nicht aber ihre gesetzmässige Wirkung im ganzen. Auch bei den Refraktionserscheinungen in der Erdatmosphäre müssen wir drei Grössenordnungen unterscheiden, 1. die allgemeine astronomische und terrestrische Strahlenbrechung, 2. die unregelmässigen und ausserordentlichen Störungen jener, 3. die häufigsten und kleinsten Störungen, welche deswegen wieder einen regelmässigen Charakter annehmen, und die man wegen ihrer Wirkung auf das Fixsternlicht als Scintillation bezeichnen kann.

In einer sehr anziehenden Studie[1]) hat vor kurzem Herr Julius die anomale Dispersion mit der Strahlenbrechung im Horizont in Verbindung gebracht und eine Erklärung des „grünen Strahls“, des ersten und letzten Sonnenstrahls beim Aufgang bezw. Untergang der Sonne gegeben. Sollte er mit dem ersten und letzten Strahl der verfinsterten Sonne, dem Flash, nicht besser ebenso verfahren sein, seine Erklärung lieber an die Refraktion erster, als an die dritter Ordnung zu knüpfen?



Vorstehende, in den Massen ziemlich willkürlich gezeichnete Teilungen sollen Bilder des wirklichen und des scheinbaren Sonnenradius darstellen. Ein leuchtender Gasball vom Radius OL sei umgeben von einer unbestimmbar hohen Atmosphäre eines sehr leichten Gases, beispielsweise von 1000 mal kleinerem Molekulargewicht als Wasserstoff, einer Gashülle, die auch in das unter L befindliche Gebiet sich fortsetzt unter allmählich zunehmender Beimischung von Wasserstoff, Helium, Leichtmetallen, Schwermetallen, bis zu einer Tiefe M, in welcher die Konzentration der gasigen Lösung so stark ist, dass ihr Licht ein kontinuierliches Spektrum weissen Sonnenlichtes liefert. Der Brechungsindex n der Gase wird von M bis H nahe bis zur Einheit abnehmen, über H sich asymptotisch diesem Werte 1 des freien Äthers nähern. Seine Werte in den einzelnen Punkten seien bezeichnet durch n_L, n_H, n_M. Nach dem Refraktionsgesetz bestehen nun für die im Sonnenbilde sich darstellenden scheinbaren Dimensionen die Gleichungen:

$$O'L' = n_L OL, \quad O'H' = n_H OH.$$

Höchstwahrscheinlich ist es aber, dass keine entsprechende Gleichung $O'M' = n_M OM$ bestehe, denn ein Strahl, der in M senkrecht zu OM verläuft, kommt nicht wohl zum Austritt aus der Sonne. Wenn schon an der Erdoberfläche der ordentliche Betrag der Refraktion den horizontalen Strahlen eine Krümmung erteilt, deren Radius nur gleich dem 7 fachen Erdradius ist, so lässt sich für den Ort M des Sonnenballs zweifellos eine Strahlkrümmung erwarten, deren Radius kleiner als OM ist. Von M nach aussen sich fortpflanzende Strahlen müssen mit der Verlängerung von OM einen Winkel bilden, der unter einem bestimmten Grenzwert i liegt, $i < 90^0$. Zwischen M und H muss es einen Ort K geben, in welchem horizontale Strahlen um O im Kreise umlaufen, es ist $O'K' = n_K OK$ und $O'K' = n_M OM \sin i$, beides die Konsequenz des Brechungsgesetzes.

Das Bild der „kritischen Sphäre“ deckt die Bilder der darunter liegenden Sphären, $O'K'$ ist der gemeinsame Radius ihrer Bilder. Wegen der sich allmählich verlangsamenden Abnahme der Werte von n gegen aussen ist sowohl die scheinbare Höhe $H'L' < HL$, als noch vielmehr $K'H' < KH$. Die Chromosphäre mit der scheinbaren Höhe $K'L'$ erscheint als Bild einer wesentlich höheren Schicht KL und ihr unterer Teil $K'H'$, das Gebiet des Flash, ist das ausserordentlich verjüngte Bild des oberen Teiles KH der umkehrenden Schicht MH.

Selbstverständlich erfüllt die Natur das allgemeine Schema nicht mit mathematischer Genauigkeit. Die Refraktionen dritter Ordnung und zeitweise diejenigen zweiter verhindern die Entstehung von Strahlen, die im Kreise umlaufen, verhindern die Bildung eines festen Ortes K und seines Bildes K'. Sowenig wir auf hohem Meeresufer in nebelgrauer Ferne eine kreisförmige Horizontlinie finden, während vielmehr die Scheitel verhältnismässig naher Wellen uns eine scharf und klar begrenzte Horizontlinie erzeugen, so wenig wird für uns durch die Refraktion erster Ordnung das Detail des Sonnenrandes erzeugt. Aber so, wie trotz der Scintillation und trotz der Schwankungen des Refraktionswertes für das Fixsternlicht doch

1) Le rayon vert par W. H. Julius, extrait des Archives Néerlandais etc.

ein Mittelwert der astronomischen Strahlenbrechung sich erhält, so wird auch das Schema unserer Sphären sich in der Mannigfaltigkeit kleiner Schwankungen erhalten und die Schärfe des Sonnenrandes wird um so deutlicher sich ausprägen, je kleiner die Bögen sind, welche die Strahlen der kritischen Sphäre in nahe horizontaler Richtung zurücklegen.

In dem Gebiete KH müssen wir nun diejenigen Schlieren annehmen, welche nach der Juliusschen Theorie das Nachbarlicht ihrer eigenen Spektrallinien unter anomaler Dispersion, den einen Teil desselben unter ultravioletter, den anderen unter infraroter Brechung ablenken, so dass dieses Licht, obgleich es von der Sphäre OK ausgeht, bezw. von der Photosphäre $O'K'$, doch zu unserem Auge von $K'H'$ zu kommen scheint. Die doppelte Art der Schlierenwirkung erklärt Herr Julius durch Vergleichung mit der Wirkung von zweierlei Prismen, deren eine Art ihre brechende Kante von der Sphäre K ab-, deren andere sie ihr zuwendet.

Zugegeben nun, was aber immerhin noch bedeutendem Zweifel begegnet, das Gesetz der anomalen Dispersion gelte für alle elektiv absorbierenden Substanzen in ähnlich starkem Grade wie für den Natriumdampf, so wird auch die allgemeine ordentliche, nicht bloss die ausserordentliche Strahlenbrechung von einer anomalen Dispersion begleitet sein. In dem ganzen Bezirk zwischen den Sphären M und H erzeugen die dort gelösten Metalle eine Gruppe infraroter und eine solche ultravioletter Strahlen. Streng genommen hat jede andere Spektralfarbe einen anderen Photosphärenrand K'. Dass wir die Photosphäre nicht violett umsäumt sehen, ist nur die Folge des im Gebiete K schon ausserordentlich kleinen Brechungsvermögens, für welches die ordentliche Dispersion verschwindet. Falls aber die anomale Dispersion nicht verschwindet, so ist die Konsequenz des Gesetzes der allgemeinen Refraktion, dass das infrarote Licht im Sonnenbilde einen unter K' liegenden Rand erzeugt, also verborgen bleibt, dagegen das ultraviolette einen K' überragenden Rand. Demnach sollte man erwarten, im Flash-Spektrum nur dem ultraviolett gebrochenen Lichte zu begegnen. Hätte Herr Julius keine Verdoppelung der Chromosphärenlinien entdeckt, so könnte, vom Gesichtspunkt der allgemeinen Refraktion aus, ernstlich in Frage kommen, ob nicht die Chromosphäre oder wenigstens ihr unterster Teil $K'H'$ das Produkt einer durch anomal stark zerstreutes Licht bewirkten Vergrösserung des Sonnenbildes sei. Wenn aber die Chromosphärenlinien doppelt sind, so lässt das Gesetz der allgemeinen Refraktion für die Anwesenheit des infrarotgebrochenen Teiles der Doppellinien keine andere Erklärung zu, als die, sie seien Eigenlicht der Schicht KH.

Sollte das der Fall sein, dann ist wohl auch die andere Hälfte der Doppellinien, das vermeintlich ultraviolett gebrochene Licht, solches Eigenlicht von KH und wir haben das Licht des Sonnenrandes $K'H'$ als Emissionslicht von KH zu betrachten.

Es ist zuzugeben, den ausserordentlichen Refraktionen kommt in der Sonnenatmosphäre eine gegenüber der regelmässigen Refraktion viel grössere Bedeutung zu, als auf der Erde, diese grössere Bedeutung aber doch vorzugsweise in den der Schwere weniger unterworfenen leichten Gasschichten über H. Soweit man auch innerhalb KH die Rolle der Schlieren hoch genug anzuschlagen bereit ist, mag man die Juliussche Erklärung teilweise als zutreffend betrachten. Wer aber aus Gründen der allgemeinen Refraktion die verhältnismässig beträchtliche Höhe von KH im Vergleich mit dem Bilde $K'H'$ zugiebt, für den hat es wohl keine Schwierigkeit, zur Erklärung der Doppellinien sich vorzustellen, dass die Schicht KH eine mit der Höhe abnehmende Dichte und abnehmende Temperatur besitze. Die tieferen Schichten erzeugen Eigenlicht mit breiten hellleuchtenden Spektrallinien. In den oberen Schichten von KH bilden sich in diesen breiten Linien schmale Absorptionslinien. Das Emissionsspektrum des Flash trägt ebenso, wie das Photosphärenspektrum, den Eindruck der Fraunhoferschen Linien.

Was den oberen Teil $K'H'$ der Chromosphäre betrifft, so kann man denselben ähnlich den Protuberanzen durch ausserordentliche Refraktionen in Schlieren erklären.[1])

Wir verdanken Herrn Julius durch die Einführung eines neuen Erklärungsprinzips in die Sonnenphänomene und besonders durch die wichtige Entdeckung der Verdoppelung der Chromosphärenlinien den Anstoss zu neuer gründlicher Prüfung der möglichen Theorien. Der Verfasser dieser Kritik im besonderen verdankt dem Herrn Autor die Befestigung seiner bisher noch schwankenden Vorstellungen über die Natur der Chromosphäre.

1) Vergl. die Abh. d. Verf. „Die Erklärung der Sonnenprotuberanzen etc." Zeitschrift Sirius, Mai 1895.

(Eingegangen 25. Februar 1902.)

Der Mensch als kalorische Maschine und der zweite Hauptsatz.[1])

Antwort an Herrn N. Zuntz.

Von K. Schreber.

Die Einwendungen, welche Herr Zuntz gegen meine, im Anschluss an den von mir

1) Vergl. diese Zeitschrift **3**, 107, 1901, bezw. **3**, 184, 1902.

gefundenen Wert des Wirkungsgrades des Menschen angestellten Betrachtungen macht, lassen sich auf zwei Punkte konzentrieren: 1. die Grösse des Wirkungsgrades, 2. das Temperaturgefälle. Meine Schlussfolgerungen bleiben durch sie unberührt.

Bei sämtlichen kalorischen Maschinen ist man gewöhnt, den wirtschaftlichen Wirkungsgrad in ein Produkt zu zerlegen:

$$\eta_w = \eta_k \cdot \eta \cdot \eta_i \cdot \eta_m.$$

η_k ist der Wirkungsgrad des Kessels, d. h. das Verhältnis der von der die Wärme übertragenden Flüssigkeit aufgenommenen zu der im Brennstoff enthaltenen Wärmemenge (η_k wird bei Explosionsmotoren gelegentlich gleich 1, z. B. beim Dieselmotor).

η der theoretische Wirkungsgrad des von der Maschine ausgeführten Prozesses, d. h. das Verhältnis der in Arbeit umgesetzten zur aufgenommenen Wärme für den Fall, dass der Prozess vollkommen nach der Theorie verläuft.

η_i der indizierte Wirkungsgrad; $(1-\eta_i)$ giebt die Verluste, welche dadurch entstehen, dass der Prozess nicht den Voraussetzungen entsprechend umkehrbar verläuft.

η_m der mechanische Wirkungsgrad; $(1-\eta_m)$ giebt die Verluste, welche entstehen, indem die vom wirklich ausgeführten Prozess entwickelte Arbeit nach aussen abgegeben wird.

Analog kann man auch den Wirkungsgrad des Menschen in vier Faktoren zerlegen: η_k wäre der Wirkungsgrad der Verdauung; $(1-\eta_k)$ gäbe also die unverdaut abgehende Nahrung u.s.w.

Ich habe nun, als ich vom Wirkungsgrad sprach, mich an den Gebrauch der Technik gehalten, welche unter Wirkungsgrad einer kalorischen Maschine schlechtweg stets das Produkt $\eta \cdot \eta_i \cdot \eta_m$ meint, da der Kessel einer Dampfmaschinenanlage stets als selbständiger Teil betrachtet, und bei allen Explosionsmotoren η_k in erster Annäherung gleich 1 gesetzt wird.

Auf Grund der neuesten Zusammenstellungen habe ich angegeben

$$\eta \cdot \eta_i \cdot \eta_m = 6{,}2\,\%$$

Herr Zuntz hat das Produkt $\eta \cdot \eta_i$ im Auge. Da die η definitionsgemäss kleiner als 1, so muss sein Wert grösser als der von mir gegebene sein. Um $\eta \cdot \eta_i$ zu erhalten bestimmt er, wenn ich den Ausdruck aus der Technik übertragen darf, die Leerlaufsarbeit; d. h. er bestimmt in einem Versuch die Energieaufnahme im Ruhezustande des Menschen, in einem zweiten die Energieaufnahme während der Arbeit. Die Differenz beider betrachtet er als die zur Arbeit verwendete Energiemenge und das Verhältnis der Arbeit zu dieser Energie bezeichnet er als Wirkungsgrad.

Gegen dieses Verfahren sind aber zwei wesentliche Bedenken geltend zu machen.

Das erste besteht darin, dass der menschliche Körper einen grossen Energievorrat repräsentiert; wie wäre es sonst möglich, dass Schiffbrüchige, ohne Nahrung aufzunehmen, tagelang die schwersten Arbeiten zu verrichten im stande wären.

Ich verglich deshalb den menschlichen Körper mit einem Elektrizitätswerk, welches neben der Dampfdynamo eine grosse Akkumulatorenbatterie besitzt. Das Beispiel der Schiffbrüchigen giebt uns das Recht, anzunehmen, dass der Energiegehalt der Batterie wenigstens 25 mal so gross sein muss, wie die durchschnittliche Energieaufnahme während 24 Stunden.

Wird in den Versuchen dieser Energievorrat nur bis auf 1 % konstant erhalten, so wird der Fehler im Resultat, da bei der Differenzbildung sein absoluter Wert ungeändert bleibt, 25 Proz.

Es müssen also die Versuche bedeutend genauer sein als bis auf 1 Proz.

Da ich nun nicht in der Lage bin, die Versuche des Herrn Zuntz nach dieser Hinsicht zu kontrollieren, so nehme ich an, die Konstanz des Energievorrates sei hinreichend genau erhalten worden.

Schlimmer erscheint mir das zweite Bedenken. Jeder Ingenieur weiss, dass $(1-\eta_m)$ durchaus nicht mit der Leerlaufsarbeit zusammenfällt, vielmehr wird eine Beziehung zwischen beiden erst durch Einführung der sogenannten Zusatzreibung erreicht: ob beim Menschen die Beziehungen entsprechend liegen oder nicht, darüber liegen soweit mir bekannt, keine Beobachtungen vor. Nun ergiebt sich, wenn wir den von Herrn Zuntz gegebenen Wert $\eta \cdot \eta_i = 40$ Proz. in Rechnung stellen, durch Kombination mit $\eta \cdot \eta_i \cdot \eta_m = 6{,}2$ Proz. der Wert $\eta_m = 16$ Proz. also $1 - \eta_m = 84$ Proz. Bei derartig hohen Werten der Reibungsverluste würde ein ganz geringer Koeffizient der Zusatzreibung ganz bedeutende Änderungen der Rechnung bedingen.

Ich ziehe es deshalb vor, für meine Schlussfolgerungen den Wirkungsgrad $\eta \cdot \eta_i \cdot \eta_m$ beizubehalten, gegen den derartige Bedenken nicht vorgebracht werden können.

Nimmt man übrigens den von Herrn Zuntz gegebenen Wert $\eta \cdot \eta_i = 40$ Proz. als richtig an, so ist der mechanische Wirkungsgrad, 16 Proz., so niedrig, dass er sogar von dem des Dieselmotors, der doch von allen kalorischen Maschinen den niedrigsten hat — nach Beobachtungen von E. Meyer 75 Proz. — bei weitem übertroffen wird. Danach ist also der menschliche Körper eine für Leistung mechanischer Arbeit sehr schlecht konstruierte Maschine. Ein Resultat, welches mit der Entwicklung in der Industrie übereinstimmt, in welcher der Mensch

auch immer mehr und mehr alle mechanische Arbeit den Maschinen überlässt und nur mit seinen geistigen Fähigkeiten wirkt. —

Gegen meine Annahme der Hauttemperatur als unterer Grenze hat Herr Zuntz zunächst den Fisch angeführt, dessen Körperwärme so wenig die des umgebenden Wassers überragt, dass es bisher nicht mit Sicherheit gelungen ist, die Grösse der Differenz festzustellen. Landois giebt in seinem Lehrbuche der Physiologie 1891 für Amphibien und Fische die Differenz zwischen Körper- und Wassertemperatur zu 0,5 bis 3^0 C. Das sind recht merkliche Differenzen; und da diese Tiere in dem, im Verhältnis zur Luft als guten Wärmeleiter zu betrachtenden Wasser leben, so darf man ihre Hauttemperatur ohne weiteres gleich der des Wassers setzen. Es fällt also das ganze Temperaturgefälle innerhalb des Körpers.

Anders ist es beim Menschen, welcher in der, die Wärme schlecht leitenden Luft lebt; hier ist Hauttemperatur und Lufttemperatur verschieden. Dass ich der ersten Rechnung die Lufttemperatur zu Grunde legte, sollte nur die zufällige Übereinstimmung der Zahlen zeigen. Ich habe bei der endgültigen Rechnung ausdrücklich die Hauttemperatur als ausschlaggebend hingestellt; deshalb verstehe ich nicht recht, wie mir Herr Zuntz zuschreibt, ich hätte das Temperaturgefälle einer kalorischen Maschine aus der Temperaturdifferenz zwischen Kühlwasser und äusserer Luft bestimmen wollen.

Dass bei dem indischen Kuli, der in einer die Körpertemperatur übersteigenden Lufttemperatur arbeitet die Hauttemperatur niedriger ist als die des Körperinneren, dafür sorgen die verdunstenden Wassermengen, welche er zu sich nimmt. Die untere Grenze des Temperaturgefälles wird hier gerade so bestimmt, wie bei einem Oberflächenkondensator, dessen Röhrensystem nicht durch Kühlwasser, sondern vielleicht durch verdunstende flüssige Kohlensäure gekühlt wird. Obgleich schliesslich die abgeführte Wärme von der Luft aufgenommen wird, so muss doch als unterste Temperatur des Temperaturgefälles die sicherlich unter Lufttemperatur liegende Temperatur der gekühlten Röhren gesetzt werden. Die Temperatur der Luft ist hier wie beim indischen Kuli ganz gleichgültig.

Es existiert also auf jeden Fall ein Temperaturgefälle zwischen dem Innern des Körpers und der Haut; ob dieses die Arbeit bedingt, lassen wir zunächst noch dahingestellt.

Herr Zuntz setzt als untere Grenze des die Arbeit bedingenden Temperaturgefälles die Temperatur des Körperinneren, und sucht das Gefälle dann dem von ihm gefundenen Wirkungsgrad anzupassen, indem er als obere Temperatur 244^0 angiebt. Zunächst ist gegen diese Zahl rein formal zu bemerken, dass der Wirkungsgrad des Herrn Zuntz höchstens $\eta \cdot \eta_i$ sein kann, wenn wir von den oben auseinandergesetzten Bedenken absehen wollen. Nun ist aber $\eta_i < 1$ und wir können ruhig, da bei hohen Temperaturen die Abweichungen vom theoretischen Prozesse grösser sind, als bei niedrigen, setzen $\eta_i = 80$ Proz. Dadurch wird $\eta = 50$ Proz. und die obere Temperatur ist dann schon 347^0. Ferner, da der theoretische Prozess sicher kein Carnotscher ist, muss die Temperatur noch höher sein; ich runde sie auf 400^0 ab.

Dass derartige Temperaturen durch chemische Prozesse erzeugt werden können, zeigen die Verbrennungsvorgänge der kalorischen Maschinen. Unter den Kesseln der Dampfmaschinen sowohl, wie im Explosionsraum der Explosionsmaschinen namentlich des Dieselmotors kommen Temperaturen vor, welche bis an die Dissoziationstemperatur der CO_2 d. h. nahezu 2000^0 heranreichen.

Entstehen können also derartige Temperaturen; ob aber die Muskeln sie vertragen können, ist eine andere Frage. Herr Zuntz hilft sich, indem er diese Temperatur nur für einzelne verstreut im Muskel liegende Molekeln annimmt. Das ist eine Hypothese, welche experimentell weder als richtig noch als falsch nachgewiesen werden kann. Sämtlichen Instrumenten, mit denen sie geprüft werden soll, und mögen sie noch so fein sein, kann man den Vorwurf machen, dass sie die mittlere Temperatur einer grossen Zahl nebeneinander liegender Molekeln während eines grösseren Zeitabschnittes geben.

Trotzdem aber braucht die Hypothese noch lange nicht richtig zu sein.

Stellen wir uns auf den Boden der kinetischen Gastheorie und nehmen an, die zur Verbrennung einer Fettmolekel nötigen Sauerstoffmolekeln lägen so nebeneinander, dass die Fettmolekel bei ihrer Bewegung auf sie zu, alle mit einem Male trifft, so wird jedenfalls die Geschwindigkeit der bewegten Molekeln gross genug sein, um diese nach der kinetischen Gastheorie als 400^0 warm erscheinen zu lassen. Bei diesen heftigen Bewegungen der sich vereinigenden Molekeln werden aber jedenfalls die benachbarten sehr in Mitleidenschaft gezogen, d. h. ein Teil der bei der Verbindung frei werdenden Wärme wird von vornherein an die benachbarten Molekeln abgegeben, ohne für den Arbeitsprozess in Frage zu kommen; diese Wärme entspricht dem grössten Teil der durch $1 - \eta_i$ gegebenen Verluste. Bei der immerhin recht schlechten Wärmeleitfähigkeit der Muskelsubstanz ist es unter diesen Umständen sehr wahrscheinlich, dass die benachbarten Molekeln bald eine Temperatur erreichen werden, bei welcher sie absterben. Wenn man also auch nicht experimentell die Hypothese als falsch nachweisen kann, so ist sie doch wie

man sieht, derartig unwahrscheinlich, dass man mit ihr nicht zu rechnen braucht.

Wenn im menschlichen Körper ein Temperaturgefälle Arbeit liefernd wirksam ist, so kann es nur das zwischen Innentemperatur und Hauttemperatur sein; ein anderes giebt es nicht.

Die diesem Temperaturgefälle entsprechende Arbeit ist aber, mag man den von Herrn Zuntz vorgezogenen Wirkungsgrad $\eta \cdot \eta_i$ oder auch nur den von mir in die Rechnung eingesetzten $\eta \cdot \eta_i \cdot \eta_m$ zu Grunde legen, auf jeden Fall zu klein, d. h. der menschliche Organismus darf nicht als kalorische Maschine bezeichnet werden bezw. es wird nur ein kleiner Teil der vom Menschen geleisteten Arbeit nach Art der kalorischen Maschinen gewonnen, während der andere Teil durch eine von der Wärme verschiedene Zwischenenergie aus der chemischen Energie der Nahrungsmittel entsteht.

Das ist ein für die Technik höchst wichtiges Resultat.

Die Technik will die in der Kohle steckenden Energievorräte möglichst vorteilhaft ausnutzen. Wenn nun zwar im Dieselmotor schon ein wirtschaftlicher Wirkungsgrad $\eta_k \cdot \eta \cdot \eta_i \cdot \eta_m =$ 30 Proz. erreicht ist, so ist doch die Anwendung des Dieselprozesses auf Petroleum beschränkt und namentlich für die, die festen Brennstoffe benutzenden Maschinen ist der Wirkungsgrad nur ungefähr halb so gross. Das Beispiel des menschlichen Körpers zeigt aber, dass eine Zwischenenergieform existiert, mit deren Hilfe man vorteilhafter arbeitet, als durch die Wärme hindurch; und es wäre nun nach dieser zu suchen, damit die Technik sich ihrer bedienen kann.

Ob die Oberflächenenergie, mit welcher Bernstein die Arbeitsvorgänge im menschlichen Körper erklären will, für die Technik brauchbar ist, bedürfte der Untersuchung; in Anbetracht der geringen Verschiedenheiten in den Werten der Oberflächenspannung scheint mir aber die Aussicht darauf recht schwach.

(Eingegangen 23. Februar 1902.)

Über die Wärmeleitung des Argons.[1])

Von Walther Schwarze.

Auf Anregung von Herrn Professor Dorn habe ich die Wärmeleitung von Argon (und zum Vergleiche auch die von Luft) nach der Methode von Schleiermacher[2]) untersucht.

1) Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Universität Halle a. S.
2) Schleiermacher, Wied. Ann. **34**, 623, 1888.

Dies Verfahren wurde deswegen gewählt, weil es gestattet, mit einer relativ kleinen Gasmenge lange dauernde Beobachtungen auszuführen, ohne dass man eine Verunreinigung zu befürchten hat.

Das Argon war, abgesehen von der geringen Beimengung von Neon, Krypton und Xenon rein.

Vorbehaltlich der Berücksichtigung geringfügiger Korrektionen, welche wahrscheinlich das Resultat ein wenig herabdrücken werden, erhielt ich bei 0^0 für

Luft	Argon
0,0000572	0,0000392.

Der Wert für Luft ist in guter Übereinstimmung mit den Beobachtungen von Winkelmann[1]) und E. Müller[2]) ($0{,}0_4 568$ bezw. $0{,}0_4 56$).

Die kinetische Gastheorie liefert zwischen dem Koeffizienten der Wärmeleitung k und dem der Reibung η bekanntlich die Beziehung[3]):

$$k = f \cdot \eta\, c_v ,$$

wo c_v die spezifische Wärme bei konstantem Volum ist und f nach den Rechnungen von Conrau und Neugebauer den Wert 1,6027 besitzt.

Führt man bei Argon für c_v nach Dittenberger[4]) ein $0{,}1233/1{,}667 = 0{,}0740$ (was sicher nahe zutrifft), ferner nach H. Schultze[5]) für 0^0 $\eta = 0{,}0002104$, so ergiebt die Formel:

$$k = 0{,}00002496$$

also erheblich weniger, als die Beobachtung.

Um Übereinstimmung zu erzielen, müsste sein:

$$f = 2{,}516 ,$$

und dies Ergebnis steht in nahem Einklang mit den Rechnungen von Wüllner[6]) über den — ebenso wie Argon — einatomigen Quecksilberdampf, für welchen der Faktor 3,15 sein müsste.

Ob durch eine weitere Ausarbeitung der kinetischen Gastheorie sich der Widerspruch beseitigen lässt, muss einstweilen dahingestellt bleiben.

1) Winkelmann, Wied. Ann. **48**, 180, 1893.
2) Egon Müller, Wied. Ann. **60**, 82, 1897.
3) O. E. Meyer, Die kinetische Theorie der Gase. 2. Aufl. Math. Zusätze S. 128, 1899.
4) Dittenberger, Inauguraldiss. Halle 1897.
5) H. Schultze, Diss. Halle 1901 und Ann. der Physik **5**, 140, 1901.
6) Citiert nach O. E. Meyer, l. c. 295.

Halle a. S., 2. März 1902.

(Eingegangen 4. März 1902.)

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 73. NATURFORSCHERVERSAMMLUNG ZU HAMBURG.

J. von Geitler (Prag), Über Kathodenstrahlen.[1])

Der Inhalt des Vortrages wurde im wesentlichen bereits in dieser Zeitschr. **2**, 601, 1901, unter dem Titel „Über die durch Kathodenstrahlen bewirkte Ablenkung der Magnetnadel" veröffentlicht. Um etwaigen, wie der Vortragende glaubt, allerdings unberechtigten Einwänden zu begegnen, hatte er schon seiner Zeit versucht, die magnetische Wirksamkeit der durch ein Lenardsches Fenster getretenen Strahlen nachzuweisen. Die experimentellen Schwierigkeiten, welche der Herstellung genügend intensiver Lenardstrahlen entgegenstehen, konnten bisher nicht überwunden werden. Mit Bezug auf ein in den Beibl. zu den Ann. d. Physik **25**, 717, 1901, erschienenes Referat über seine Arbeit bemerkt der Vortragende, mit Bedauern wahrgenommen zu haben, dass von der althergebrachten Art des Referierens in diesem Journal in allerdings vereinzelten, aber darum desto auffallenderen Fällen abgewichen werde, indem zu der reinen Inhaltsangabe der referierten Abhandlung kritische Randbemerkungen des Berichterstatters hinzutreten — also Polemik an einem Orte, wo die Möglichkeit der Erwiderung fehlt. Was die Einwände des Referenten in dem vorliegenden speziellen Falle anlangt, so bewegen sich dieselben in der, wie oben gesagt, zwar vorhergesehenen, aber vom Vortragenden nicht als stichhaltig anerkannten Richtung. Die Begründung der Einwände durch den Herrn Referenten ist dem Vortragenden unverständlich geblieben. Der Vortragende bedauerte es daher doppelt, dass der Herr Referent sich bereits während des Vortrages entfernt hatte und daher keine Aufklärung über diesen Punkt geben konnte.

(Selbstreferat des Vortragenden.)

(Eingegangen 4. Oktober 1901.)

Diskussion.

(Von den Beteiligten durchgesehen.)

König (Greifswald). Ich bedaure auch meinerseits, dass Herr Dr. Kaufmann nicht mehr zugegen ist, um die von ihm angedeutete Auffassung der Versuche ausführlicher darlegen zu können. Was die von dem Herrn Vortragenden getadelte Änderung in der Haltung der Beiblätter anbetrifft, so entspricht sie dem Wunsche einer Anzahl von Referenten, die es ablehnten, die Darstellung einer Arbeit mit ihrem Namen zu decken, wenn es ihnen nicht gestattet wäre, einer abweichenden Auffassung[1]) gelegentlich Ausdruck zu geben. In Übereinstimmung mit dem Herrn Verleger halte ich es für richtig und zweckmässig, diesem Wunsche zu entsprechen. Die rein sachliche Äusserung einer anderen Meinung ist doch kein persönlicher Angriff. Der nochmaligen Darlegung der eigenen Ansicht aber seitens des Herrn Verfassers, unter Bezugnahme auf die Bemerkungen der Beiblätter, dürfte doch im allgemeinen kaum ein Hindernis im Wege stehen, weder in den Annalen selbst noch in einer anderen Zeitschrift, und selbstverständlich würde es alsdann die Pflicht der Beiblätter sein, auch darüber einen Bericht zu bringen.

v. Geitler: Die Antwort von Prof. König beweist gerade meine Behauptung. Die Annalen sind eben ein anderer Ort, als die Beiblätter. Es war bisher üblich, dass Bedenken gegen die Richtigkeit physikalischer Arbeiten in wohlbegründeter Weise in einem der hierzu geeigneten Journale veröffentlicht wurden, nicht aber in einem kurz gehaltenen Referate, wo die kritischen Randbemerkungen dann ebensoviel oder mehr Raum einnehmen als das eigentliche Referat selbst. Persönlich nehme ich die Sache durchaus nicht, es handelt sich mir vielmehr um das Prinzip und ich hätte das Wort wohl auch ergriffen, wenn es sich um einen anderen, mich selbst nicht berührenden Fall gehandelt hätte. Ich möchte nur noch dem sehr geehrten Herrn Redakteur den Wunsch aussprechen, den Beiblättern ihren alten Charakter wiederzugeben, und ich glaube, dass ich mit dieser Forderung nicht allein stehe.

1) Abteilung 2, 24. September 1901. Anm. bei der Korrektur: Ich habe inzwischen gefunden, dass bei meinen damaligen Versuchen eine Fehlerquelle vorhanden war, und habe über diesen Punkt im Anzeiger der kais. Akademie in Wien Nr. III, 23. Januar 1902 berichtet. Die betreffende Notiz (**3**, 257, 1902), ist auch auf Seite 257 dieser Zeitschrift abgedruckt. Geitler.

1) Anmerkung bei der Korrektur. Nur um eine solche handelt es sich und nur in diesem Falle entsteht die von dem Herrn Vortragenden erwähnte Schwierigkeit. Thatsächliche Unrichtigkeiten in den Referaten sind die Beiblätter jederzeit bereit, in einer besonderen Mitteilung richtig zu stellen. König.

VORTRÄGE UND REDEN.

Beiträge zum dynamischen Ausbau der Festigkeitslehre.[1])

Von A. Sommerfeld.

Die Resonanzerscheinungen, die in allen Gebieten der Physik eine bekannte wichtige Rolle spielen, scheinen in den technischen Wissenschaften noch nicht diejenige Beachtung gefunden zu haben, die sie zweifellos verdienen. Ausser der Elektrotechnik kennt und berücksichtigt sie bisher nur der jüngste Zweig der deutschen Technik, der hoffnungsvolle und mächtig aufstrebende Schiffsbau, dank den tiefgehenden Untersuchungen von O. Schlick und den anschliessenden Forschungen von H. Lorenz, L. Gümbel und H. Frahm.[2]) An vereinzelten Hinweisen darauf fehlt es natürlich auch in anderen Gebieten nicht. So führt A. Föppl als einen möglichen Grund für den Einsturz der Birsbrücke bei Mönchenstein den Synchronismus der natürlichen Schwingungen des Obergurtes mit gewissen von der Lokomotive hervorgerufenen Erregungen an (nach einer freundlichen brieflichen Mitteilung Föppls dürften die letzteren denjenigen Kräften entsprechen, welche die zum Massenausgleich benutzten Zusatzgewichte vermöge ihrer Centrifugalkraft in vertikaler Richtung auf die Schienen übertragen). Auch die Föpplsche Theorie der Lavalturbine hängt aufs Engste mit den Resonanzerscheinungen zusammen; denn die sogenannte kritische Geschwindigkeit der Turbine, bei welcher ihre Welle am stärksten schleudert, ist gerade diejenige, bei welcher die Wechselzahl der die Schwingung anregenden Centrifugalkraft übereinstimmt mit der freien Schwingungszahl der Welle.

Dass die Resonanzerscheinungen auch sonst von ausschlaggebender Bedeutung für die Sicherheit der Konstruktionen und für die Wirkung der Maschinenteile sein können, dass, allgemeiner gesprochen, die Festigkeitsberechnungen der Ingenieure, die sich in der Regel auf dauernde Beanspruchungen und auf das Gleichgewicht der Systeme beziehen[3]), nach der dynamischen Seite hin, für veränderliche Kräfte und bewegte Systeme, ausgebaut werden müssen, wurde mir in jüngster Zeit durch zwei Anfragen besonders nahe gelegt, die meine Kollegen, die Herren Boost und Lynen, im Anschluss an praktisch vorliegende Fälle an mich richteten. Im einen Falle handelte es sich um eine Aufgabe aus dem Bauingenieurwesen, im anderen um ein Problem des Maschinenbaues, im einen Falle um Biegungsschwingungen von Trägern, im anderen um Torsionsschwingungen von Wellen. Danach werden sich auch unsere folgenden Betrachtungen und Experimente beziehen, 1. auf Biegungs- und 2. auf Torsionsschwingungen.

1. Denken wir uns ein Gebäude, welches auf Trägern stehen muss, weil darunter die Eisenbahn durchgeführt werden soll. In dem Gebäude ist eine Dampfmaschine aufgestellt — bei dem mir vorgelegten Falle beiläufig bemerkt in 10 m über dem Erdboden. Während sich die in der Maschine sonst thätigen Kräfte, Dampfdruck, Arbeitswiderstände, im ganzen aufheben und das Gebäude nicht in Mitleidenschaft setzen, teilen sich die Massenwirkungen, d. h. die Trägheitskräfte der hin- und hergehenden Massen, dem Gebäude mit. Sie stellen bei einer Zweicylindermaschine mit zwei um 90° versetzten Kurbeln eine Kraft dar, die im Tempo der Umdrehungszahl periodisch wechselt, nach einem Gesetz, das, wie man sieht (Fig. 1), wesentlich das Gesetz einer einfachen Sinusschwingung ist. (Die beiden punktierten Zickzacklinien sind die den beiden Einzelcylindern entsprechenden

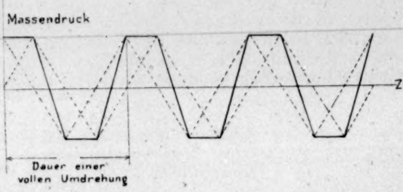


Fig. 1.

Massendrucke, die ausgezogene Linie das Resultat ihrer Zusammensetzung.)

Wie stark müssen nun — das war die Frage, vor die wir uns gestellt sahen — die Träger gewählt werden, damit die Schwankungen des Gebäudes unterhalb einer gewissen Grenze, sagen wir etwa unterhalb $\frac{1}{2}$ mm bleiben? Es ist leicht, die „statische" Ausbiegung, y_{stat}, der Träger zu berechnen unter der Annahme, dass die wirkende Kraft andauernd etwa mit dem Höchstbetrage, den der Massendruck während einer Umdrehung

1) Vortrag, gehalten im Aachener Bezirksverein deutscher Ingenieure, Juli 1901.

2) Der Vortrag von H. Frahm auf der Naturforscherversammlung in Hamburg „Neuere Untersuchungen im Schiff- und Schiffsmaschinenbau" wird in kurzem in dieser Zeitschrift erscheinen.

3) Die bekannten Wöhlerschen Versuche und die aus ihnen abgeleiteten Regeln, die zumal wegen ihrer ausserordentlichen Einfachheit von dem allergrössesten Werte für die ausführende Technik sind, wird man doch wohl nur als einen ersten Schritt in der angegebenen Richtung und als eine rohe Annäherung an die Mannigfaltigkeit der thatsächlichen Verhältnisse ansehen können.

erreicht, thätig ist.[1]) Weiter aber muss man sich fragen, wie weicht die „dynamische Ausbiegung“, d. h. die bei periodisch wechselnder Kraft thatsächlich eintretende, von der statischen ab? Zu diesem Zwecke hat man die Biegungsschwingungen eines unserer Träger, also eines Stabes zu untersuchen, der am einen Ende im Erdboden befestigt, am anderen Ende durch Verbindung mit der Hauptmasse des Gebäudes in vertikaler Richtung eingespannt ist, derart, dass er hier an Richtungsänderungen, aber nicht an Verschiebungen im horizontalen Sinne behindert ist. Dieses Ende des Stabes wird nun von einer periodischen Kraft P angegriffen (dem auf den einzelnen Träger entfallenden Teil des Massendruckes) und ist überdies mit einem Gewichte Q belastet (dem auf den Träger entfallenden Teil des Gebäudegewichtes) vgl. Fig. 2a.

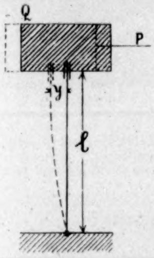


Fig. 2a.

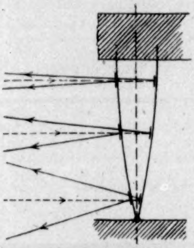


Fig. 2b.

Die Amplitude der wechselnden dynamischen Ausbiegung dieses Stabes nennen wir y_{dyn}. Es zeigt sich nun, dass man das Resultat in folgende übersichtliche Form bringen kann:

$$y_{dyn} = y_{stat} \cdot \gamma.$$

γ nenne ich den „dynamischen Koeffizienten“. Ich verzichte darauf, den etwas umständlichen analytischen Ausdruck dieses Koeffizienten anzugeben; es wird darin das Zusatzgewicht Q, das Eigengewicht q des Stabes, der Elastizitätsmodul E des Stabmateriales, das Trägheitsmoment J des Stabquerschnittes, die Stablänge l und namentlich die Periodenzahl n des Kraftwechsels eingehen.[2]), [3]) Die folgende Fig. 3 giebt

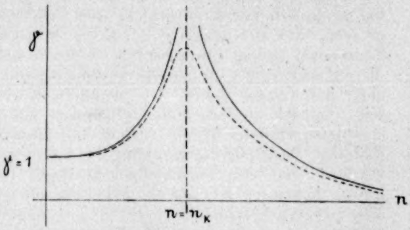


Fig. 3.

uns dasselbe wie die Formel in leichter verständlicher Weise; sie ist überdies für alle derartigen Fragen typisch. Bei kleinem n, d. h.

Anmerkungen.

Dieselben sollen hauptsächlich zur Kontrolle der im Vortrag gemachten Zahlenangaben dienen. Ich benutze hier wie dort durchgehends das technische Masssystem.

1) Die statische Ausbiegung unseres Stabes von der Länge l durch eine konstante Kraft P (vgl. Fig. 2a) kann aufgefasst werden als Ausbiegung eines Stabes von der Länge $2l$, der an beiden Endpunkten drehbar befestigt ist unter dem Einflusse einer in seiner Mitte angreifenden Kraft $2P$. Diese beträgt bekanntlich

$$y_{stat} = \frac{2P}{EJ}\frac{(2l)^3}{48} = \frac{Pl^3}{3EJ}. \tag{1}$$

Umgekehrt ist diejenige Kraft, die eine gegebene Ausbiegung y_{stat} hervorruft,

$$P = \frac{3EJ}{l^3} y_{stat}. \tag{2}$$

Die Grösse des Zusatzgewichtes Q ist für die Frage nach der statischen Ausbiegung gleichgültig.

2) Freie Stabschwingungen, angenäherte Berechnung. Ist das Zusatzgewicht Q gross gegenüber dem Eigengewichte q, so wird die Spannungsverteilung im Stabe dieselbe wie im Gleichgewichtsfalle: der Stab überträgt bei jeder Ausbiegung y auf das Zusatzgewicht Q eine elastische Kraft, welche der in (2) berechneten entgegengesetzt gleich ist. Die Gleichung der freien Schwingung des mit Q belasteten Stabes, d. h. die Bewegungsgleichung von Q, lautet daher:

$$\frac{Q}{g}\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{3EJ}{l^3} y = 0. \tag{3}$$

Setzt man $y = A \sin kt$, so wird

$$k^2 = \frac{3EJg}{Ql^3}. \tag{4}$$

k bedeutet das π-fache der Schwingungszahl n, d. h. der Anzahl der halben Pendelungen pro Sekunde. Man findet also, wie im Text angegeben:

$$n = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{g}{l}\,\frac{3EJ}{l^2 Q}}. \tag{5}$$

3) Erzwungene Stabschwingungen, angenäherte Berechnung. Wirkt auf Q überdies die periodische Kraft $\mathfrak{P} = P \sin \omega t$, so ist Gl. (3) zu ersetzen durch

$$\frac{Q}{g}\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{3EJ}{l^3} y = P \sin \omega t. \tag{3'}$$

Die so entstehende erzwungene Schwingung hat natürlich die Periode von $\mathfrak{P}$, d. h. die Periode $2\pi/\omega$. Nennt man die Amplitude wie im Text geschehen y_{dyn}, setzt also $y = y_{dyn} \sin \omega t$ so findet man aus (3') leicht

$$y_{dyn} = \frac{y_{stat}}{1 - \frac{\omega^2}{k^2}}, \tag{6}$$

wobei die Abkürzungen y_{stat} und k^2 durch (1) und (4) erklärt sind. Der „dynamische Koeffizient“

$$\gamma = \frac{y_{dyn}}{y_{stat}} = \left(1 - \frac{\omega^2}{k^2}\right)^{-1} = \left(1 - \frac{n^2}{n_k^2}\right)^{-1} \tag{6'}$$

zeigt als Funktion von ω oder von $n = \frac{\omega}{\pi}$ aufgetragen, den Verlauf von Fig. 3. Der „kritische Wert“ n_k hat die Bedeutung $n_k = \frac{k}{\pi}$.

bei geringer Tourenzahl wird $\gamma = 1$ und somit $y_{dyn} = y_{stat}$. Dies war zu erwarten, da eine langsam veränderliche Beanspruchung von einer dauernden nicht wesentlich verschieden ist. Die Sache ändert sich aber sofort, wenn n in die Nähe einer gewissen kritischen Tourenzahl n_K kommt. Dann steigt γ rapide an, d. h. die Ausbiegung bei veränderlicher Kraftwirkung wird erheblich grösser, wie die statische. Ist die kritische Tourenzahl einmal überschritten, so flacht sich die γ-Kurve wieder ab und die Ausbiegung sinkt unter jede Grenze herab. Die punktierte Kurve zeigt zugleich an, wie diese Verhältnisse durch energieverzehrende Kräfte (innere und äussere Reibung, elastische Nachwirkung etc.) geändert werden: statt des unendlichen Anstieges für $n = n_K$ haben wir hier nur ein mehr oder minder ausgeprägtes Maximum.

Die kritische Umdrehungszahl fällt natürlich mit derjenigen Schwingungszahl zusammen, die der freien Schwingung unseres Trägers entspricht (der freien Schwingung von niedrigster Frequenz; denn die Oberschwingungen liegen bei einigermassen beträchtlichem Zusatzgewichte Q so hoch, dass sie praktisch nicht in Betracht kommen). Bei dieser Umdrehungszahl folgt das ganze schwere Gebäude willig der — an sich nicht grossen — Kraft der Maschinenmassen; die Ausbiegung der Träger wird bedenklich und die Schwankungen des Gebäudes für dessen Insassen höchst unangenehm, wenn nicht gefährlich.

Wir haben aber die Mittel in der Hand, dies Zusammenfallen zu vermeiden. Wir müssen nur den Querschnitt der Träger so gross wählen, dass die freie Trägerschwingung ihrer Frequenz nach hoch genug über der Frequenz des Kraftwechsels liegt. Es wird sich etwa empfehlen $n_K = 10n$ zu machen, damit wir in respektvollem Abstand von dem ansteigenden Teile der Kurve unseres dynamischen Koeffizienten bleiben. Es ist ja klar, dass eine Verstärkung des Trägers seine freie Schwingung erhöht, dass nämlich ein System um so schneller schwingt, je steifer es gebaut ist, je mehr elastischen Widerstand es einer Entfernung aus der Ruhelage entgegensetzt. Im umgekehrten Sinne wird eine Vermehrung des Zusatzgewichtes Q am Ende, sowie eine Vermehrung der Stablänge wirken. Dies zeigt die folgende mit hinreichender Annäherung geltende theoretische Formel der freien Schwingungszahl: [4], [5])

$$n_K = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{g}{l} \cdot \frac{3EJ}{l^2 Q}},$$

in welcher der erste Faktor unter dem Wurzelzeichen an die Berechnung der gewöhnlichen

4) Erzwungene Schwingungen, genaue Berechnung. Soll die Trägheit des Stabes berücksichtigt, d. h. das Eigengewicht q nicht gegen Q vernachlässigt werden, so hat man die folgenden wohlbekannten Beziehungen zwischen der in jedem Querschnitte auftretenden grössten Normalspannung (oder Biegungsspannung) σ, der Schubspannung (oder Tangentialspannung) τ, dem Momente M der Biegungsspannungen um die Neutrale (oder dem Biegungsmomente) und dem Gesamtschube S im Querschnitte (oder der Scher- oder Querkraft):

$$(7)\qquad M = \frac{J\sigma}{e},\quad S = f\tau = \frac{\partial M}{\partial x},\quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{-M}{EJ},$$

$$\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial S}{\partial x}.$$

e bedeutet den im Querschnitte vorkommenden grössten Abstand von der Neutralen, f die Fläche des Querschnitts, μ, die Masse des Stabes pro Längeneinheit, ist $= \frac{q}{gl}$; $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ wird als angenäherter Ausdruck für die augenblickliche Krümmung der elastischen Linie benutzt. Hieraus ergiebt sich einerseits durch Elimination von S und M die bekannte Differentialgleichung für die Stabschwingungen:

$$(8)\qquad \mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EJ\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0,$$

andererseits die Ausdrücke von M und S durch y:

$$(8')\qquad M = -EJ\frac{\partial^2 y}{\partial x^2},\quad S = -EJ\frac{\partial^3 y}{\partial x^3}.$$

Die Grenzbedingungen lauten: Das untere Ende des Stabes ($x = 0$) wird festgehalten: $y = 0$, und es kann wegen der Art der Lagerung kein Biegungsmoment übertragen werden: $M = 0$ oder wegen (8') $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$. Am oberen Ende ($x = l$) gilt zunächst $\frac{\partial y}{\partial x} = 0$; ferner halten sich hier die Trägheitskraft des Zusatzgewichtes Q und die vom Stabe übertragene Schubkraft $-S = +EJ\frac{\partial^3 y}{\partial x^3}$ mit der äusseren Kraft $\mathfrak{P}$ das Gleichgewicht.

Die Grenzbedingungen lauten also:

$$(9)\qquad \text{für } x = 0:\ y = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0,$$

$$(10)\qquad \text{für } x = l:\ \frac{\partial y}{\partial x} = 0,\ \frac{Q}{g}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - EJ\frac{\partial^3 y}{\partial x^3} = \mathfrak{P} = P \sin \omega t.$$

Das allgemeine Integral von (8), welches einer harmonischen Schwingung von der Periode $\frac{2\pi}{\omega}$ entspricht, lautet:

$$y = (a \sin hx + b \cos hx + A\,\mathfrak{Sin}\,hx + B\,\mathfrak{Cos}\,hx) \sin \omega t,$$

wobei

$$(11)\qquad h^4 = \frac{\mu\omega^2}{EJ} = \frac{q\,\omega^2}{g\,l\,EJ}.$$

Wegen der Bedingung (9) wird $b = B = 0$ und wegen (10), wenn man $hl = \lambda$ setzt:

$$(12)\qquad a \cos \lambda + A\,\mathfrak{Cos}\,\lambda = 0.$$

$$(13)\qquad \frac{Q}{g}\omega^2 (a \sin \lambda + A\,\mathfrak{Sin}\,\lambda) - EJh^3 (a \cos \lambda - A\,\mathfrak{Cos}\,\lambda) = -P.$$

Die gesuchte Amplitude am oberen Ende ist:

$$(14)\qquad y_{dyn} = a \sin \lambda + A\,\mathfrak{Sin}\,\lambda.$$

Um aus (12), (13) und (14) a und A bequem zu eliminieren, berechne man etwa aus (12) und (14):

$$a = y_{dyn}\frac{\mathfrak{Cos}\,\lambda}{\sin\lambda\,\mathfrak{Cos}\,\lambda - \cos\lambda\,\mathfrak{Sin}\,\lambda},$$

$$A = -y_{dyn}\frac{\cos\lambda}{\sin\lambda\,\mathfrak{Cos}\,\lambda - \cos\lambda\,\mathfrak{Sin}\,\lambda}.$$

Setzt man diese Werte in (13) ein und benutzt die Abkürzung

$$A = \frac{\cos\lambda\,\mathfrak{Cos}\,\lambda}{\sin\lambda\,\mathfrak{Cos}\,\lambda - \cos\lambda\,\mathfrak{Sin}\,\lambda},$$

Pendelschwingung erinnert und der zweite Faktor den besonderen Verhältnissen unseres Stabes Rechnung trägt. Wir benutzen dieselbe, um dasjenige Trägheitsmoment $\mathfrak{J}$ des Stabquerschnittes zu berechnen, für das, wie verlangt, $n_K = 10\,n$ wird, nämlich:

$$\mathfrak{J} = 100\,\pi^2 n^2 \frac{l^3 Q}{3\,g\,E}.$$

An sich liegt ja auch die Möglichkeit vor, einen kleinen Wert von γ und somit die Ruhe des Gebäudes dadurch zu erzwingen, dass man n_K kleiner als n macht. Dieses Verfahren würde geringere Trägerquerschnitte erfordern und die Ausbiegung noch unter deren statischen Wert herabdrücken. Indessen werden wir kaum die Verantwortung auf uns nehmen wollen, die mit dem Überschreiten der kritischen Geschwindigkeit verbunden ist.

Ein sehr schönes Modell der besprochenen Verhältnisse liefert dieser Tisch mit schwerer eichener Platte von $1 \times 2{,}5$ m Seiten und 3 cm Dicke auf vier Beinen von Tannenholz (Querschnitt $6{,}3 \times 6{,}3$ cm). Die Füsse sind mit hartem Wachs am Boden befestigt; sonst würden wir bei den folgenden Versuchen ein veritables Tischrücken zu gewärtigen haben. Auf dem Tisch ist ein kleiner Motor (es war ein Hauptstrommotor) befestigt, dessen Schwungrad durch ein im Abstande 8 cm von der Achse einseitig angebrachtes Zusatzgewicht von 363 g excentrisch gemacht ist. Bei seiner Umdrehung entwickelt dieses Schwungrad Trägheitskräfte, nämlich eine Centrifugalkraft, welche bei der uns zumeist interessierenden Umdrehungszahl 310 pro Minute die Grösse von 3 kg hat.[6] Wir können den horizontalen und vertikalen Bestandteil dieser Kraft einzeln betrachten. Beide befolgen ihrer zeitlichen Veränderlichkeit nach das einfache Sinusgesetz. Der horizontale Bestandteil wird Horizontalverschiebungen der Platte und damit Verbiegungen der Beine, der vertikale Bestandteil wird Transversalschwingungen der Platte hervorrufen. Die Periode des Kraftwechsels habe ich in der Hand, indem ich den Motor anfangs mit kleinem Strome laufen lasse und allmählich Widerstand ausschalte.

Die statische Seitenausbiegung der Beine unter dem Einfluss der geringen Centrifugalkraft ist offenbar sehr gering. Deshalb sehen Sie anfangs (bei geringem Strome und entsprechend geringer Tourenzahl) überhaupt keine merklichen Schwingungen. Ich steigere die Umdrehungszahl und komme bald einem kritischen Werte nahe. Die Schwingungen sind jetzt überraschend stark, wenn man die solide Konstruktion des Tisches bedenkt. Beispielsweise war es mir ganz unmöglich, bei diesem Grade des Wackelns nur eine einzige Zahl auf dem Tisch zu notieren. Die Umdrehungszahl des Motors beträgt jetzt 310, wie man durch einen kleinen Tourenzähler feststellt. Die zugehörige Grösse der Centri-

---

so folgt

$$y_{dyn} = \frac{-P}{\frac{Q}{g}\omega^2 - 2\,E\,\mathfrak{J}\,h^3 A}.$$

Indem wir die frühere Definition des dynamischen Koeffizienten γ aufnehmen

$$\gamma = \frac{y_{dyn}}{y_{stat}},$$

wobei y_{stat} durch Gl. (1) erklärt ist, erhalten wir

$$\gamma = \frac{3\,E\,\mathfrak{J}}{2\,E\,\mathfrak{J}\,\lambda^3 A - \frac{l^3 Q}{g}\omega^2}.$$

Hierfür schreiben wir mit Benutzung des in (4) definierten Wertes von k^2:

$$\gamma = \frac{1}{\frac{2}{3}\lambda^3 A - \frac{\omega^2}{k^2}}. \tag{15}$$

Der erste Term des Nenners wird bei kleinem Werte von λ, wie man durch Reihenentwickelung der trigonometrischen und hyperbolischen Funktionen findet, nahezu gleich 1; die vorstehende Formel deckt sich dann mit der früheren, Gl. (6'). Ob jene Gleichung ausreicht, oder ob die genauere Gl. (15) anzuwenden ist, hängt demnach von dem Werte von λ bez. von $\frac{2}{3}\lambda^3 A$ ab.

5) Freie Stabschwingungen, genaue Berechnung. Die vorhergehenden Rechnungen können auch dazu dienen, die Eigenschwingung des Stabes genau, d. h. unter Berücksichtigung seiner Eigen-Trägheit zu bestimmen. Da nämlich diejenige erzwungene Schwingung, für welche $\gamma = \infty$ wird, mit der Eigenschwingung der Frequenz nach übereinstimmt, so hat man zur Auffindung der Eigenschwingung (oder richtiger der Eigenschwingungen) nur den Nenner von γ gleich Null zu setzen. Dies giebt:

$$\frac{\omega^2}{k^2} = \frac{2}{3}\lambda^3 \frac{\cos\lambda\,\mathfrak{Cos}\,\lambda}{\sin\lambda\,\mathfrak{Cos}\,\lambda - \cos\lambda\,\mathfrak{Sin}\,\lambda}.$$

Da $\lambda = h\,l$ nach (11) die Grösse ω enthält, so haben wir hier eine transzendente Gleichung zur Bestimmung von ω bez. von $n = \frac{\omega}{\pi}$ vor uns. Die Gleichung hat unendlich viele Wurzeln, von denen aber nur die kleinste, die Grundschwingung, für uns in Frage kommt, da die übrigen bei einigermaassen überwiegendem Q erheblich höher liegen. Ist λ nicht zu gross, so wird es bequem sein, die rechte Seite nach Potenzen von λ zu entwickeln. Dies giebt:

$$\frac{\omega^2}{k^2} = 1 - \frac{17}{210}\lambda^4 + \ldots = 1 - \frac{17}{210}\frac{q\,l^3}{E\,\mathfrak{J}\,g}\omega^2 +, \ldots,$$

also, mit Rücksicht auf den Wert von k^2 in (4)

$$\omega^2 = \frac{1}{\frac{1}{3}\frac{Q\,l^3}{E\,\mathfrak{J}\,g} + \frac{17}{210}\frac{q\,l^3}{E\,\mathfrak{J}\,g}} = \frac{3\,E\,\mathfrak{J}\,g}{Q\,l^3}\,\frac{1}{1 + \frac{17}{70}\frac{q}{Q}}$$

und daher

$$n = \frac{\omega}{\pi} = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{g}{l}\frac{3\,E\,\mathfrak{J}}{Q\,l^2}}\left(1 - \frac{17}{140}\frac{q}{Q}\right). \tag{16}$$

Dieser Wert von n liegt etwas tiefer, wie der frühere Näherungswert (5), entsprechend dem Umstande, dass bei der früheren Berechnung von einem Teile der trägen Masse (von q) abgesehen wurde. Man entscheidet nach (16) leicht, wann letzteres zulässig ist.

6) In der That ist $m\,r\,\omega^2$ mit

$$m = \frac{0{,}363}{981}(\text{kg cm}^{-1}\,\text{sec}^2),\ r = 8\ \text{cm},\ \omega = \frac{310}{60}\cdot 2\,\pi$$

gleich

$$\frac{0{,}363 \cdot 8}{981}\left(\frac{2\pi \cdot 310}{60}\right)^2 = 3{,}1\ \text{kg}.$$

fugalkraft ist wie erwähnt 3 kg, die statische Ausbiegung würde 0,2 mm betragen,[7]) die thatsächlich beobachtete dynamische Ausbiegung aber ist nach jeder Seite ca. 5 mm gross. Unser dynamischer Koeffizient γ erreicht also die Grösse 25; er liegt, könnte man sagen, dem theoretischen Werte ∞ sehr viel näher, wie dem statischen Werte 1.

Jetzt schalten wir abermals Widerstand aus, so dass sich die Tourenzahl des Motors reichlich verdoppelt (auf ca. 700 übergeht), die Centrifugalkraft also mehr als vervierfacht. Da die Schwingungen schon vorher so stark waren, werden wir nun ganz exorbitante Schwingungen erwarten. Der Augenschein lehrt indessen das Gegenteil: der Tisch hat sich plötzlich und vollständig beruhigt. Wir haben eben die kritische Tourenzahl überstiegen und befinden uns auf dem flach verlaufenden rechten Teile unserer γ-Kurve (Fig. 3). Wohl meldet sich nun bereits eine andere Schwingung, die Plattenschwingung. Von ihrer Verfolgung wollen wir aber zunächst Abstand nehmen, da wir sie nachher unter günstigeren Bedingungen beobachten werden.

Dass es sich wirklich um eine Biegung der Beine handelt, können wir auf optischem Wege zur Anschauung bringen. Ich habe an einem der Tischbeine mit Wachs drei Spiegel befestigt (s. Fig. 2b). Diese werfen das (durch eine Linse konzentrierte) Bild einer Projektionslampe auf jenen Schirm und geben uns von den Richtungsänderungen der Tischbeine Kunde (nur von den Richtungs-, nicht von den Lagenänderungen). Leiten wir das Tischwackeln ein, so giebt der mittlere Spiegel ein stark auf und ab tanzendes Lichtbild, der unterste ein noch stärker tanzendes, der oberste ein wesentlich weniger bewegliches. Dieses entspricht dem Umstande, dass das obere Ende des Beines wegen seiner Verbindung mit der horizontal bleibenden Tischplatte in vertikaler Richtung nahezu festgehalten wird. Wir haben es also mit einem Stabe zu thun, der am oberen Ende an Richtungsänderungen, am unteren Ende an Lagenänderungen verhindert ist. Fig. 2b stellt die beiden äussersten Lagen des Tischbeines stark übertrieben dar. Auch die plötzliche Beruhigung des Tisches nach Überschreitung der Eigenschwingung lässt sich an dem nunmehr fast unbeweglichen Lichtbilde gut nachweisen.

Wenn ich die Eigenschwingung der Tischbeine auf Grund der Gestalt und Elastizität derselben, der Grösse der Zusatzmassen (Motorgewicht, Gewicht der Tischplatte und Gewicht der Klemmen)[8]) nach der vorher genannten Formel berechne, so finde ich die Zahl 400 pro Minute; die Differenz kann teils von der Nichtberücksichtigung der Reibung herrühren, teils davon, dass das spezifische Gewicht des Holzes und sein Elastizitätsmodul einigermassen willkürlich angenommen wurden.

Es ist eine allgemeine Regel, dass durch Vermehrung der Trägheit eines schwingenden Systems die Eigenschwingung desselben heruntergesetzt wird. Daher wird unser Tisch, wenn ich noch 40 kg in Bleigewichten herauflege, sein stärkstes Schwingen schon bei einer niedrigeren Umdrehungszahl zeigen. Die Beobachtung am Tourenzähler liefert 260 Umdrehungen, die theoretische Berechnung der Eigenschwingung 335.

Um schliesslich die schon genannte Plattenschwingung gut beobachten zu können, entfernen wir den grössten Teil der excentrischen Schwungradmasse. Die schwingungerregende Centrifugalkraft wird dadurch allerdings sehr klein; dafür können wir nun aber viel höhere Umdrehungszahlen erreichen und der Eigenschwingung der Platte viel näher kommen, wie vorher, derart, dass die Verstärkung der Schwingungen durch Resonanz die Kleinheit der anregenden Kraft reichlich aufwiegt. Bei dem vorher benutzten stark excentrischen Schwungrade war nämlich der Lagerdruck und damit die Lagerreibung so gross, dass wir über die Umdrehungszahl 750 nicht hinauskamen. Jetzt dagegen haben wir etwa die Tourenzahl 970; die ganze Platte befindet sich im Zustande starker, periodisch wechselnder Verbiegung. Statt unseres vorherigen optischen können wir hier ein akustisches Reagens benutzen: wir legen einige Schlüssel

7) Dieselbe ist nach Gl. (1) zu berechnen. Darin ist P gleich dem vierten Teile der soeben gefundenen 3,1 kg zu setzen, da sich die Kraft auf vier Tischbeine verteilt. Für E wurde als mittlerer Wert bei Holz 10^5 (kg/cm²) gewählt; J ist den angegebenen Querschnittsabmessungen der Tischbeine zufolge $\frac{1}{12}(6,3)^4 = 133$; die Länge der Beine vom Fussboden bis zur Platte betrug 1 m. Somit wird

$$y_{stat} = \frac{3,1 \cdot 10^6}{4 \cdot 3 \cdot 10^5 \cdot 133} = 1,95 \cdot 10^{-2}\,\text{cm} = \text{ca. } 0,2\,\text{mm}.$$

8) Es wog der Motor 9,5 kg, die Klemmen und Klötze, mit denen der Motor auf dem Tische befestigt war, 6,7 kg, die Tischplatte, wenn man als spezifisches Gewicht von Eichenholz 0,85, von Tannenholz 0,5 annimmt, 72,3, im ganzen 88,5; der vierte Teil davon ist $Q = 22,1$. Das Gewicht des einzelnen Tischbeines beträgt nur etwa $q = 2$ kg. Eine Berücksichtigung desselben nach Formel (16) hat keinen Zweck, da die Korrektion nur 1% betragen würde. Wir können also nach Formel (5) rechnen. Mit den in der vorigen Anm. angegebenen Werten von E, J und l erhält man für die Zahl der Schwingungen in der Sekunde:

$$n = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{3 \cdot 10^5 \cdot 133 \cdot 981}{10^6 \cdot 22,1}} = 13,4.$$

Die Anzahl der Umdrehungen des Motors in der Sekunde ist halb so gross und daher die Umdrehungszahl in der Minute $= 30 \cdot 13,4 =$ ca. 400.

Nach Hinzufügung von 40 kg Bleigewichten ist Q auf $22,1 + 10$ angewachsen; alsdann wird $n = 11,1$ und die zugehörige Umdrehungszahl des Motors 335.

auf den Tisch, welche fortgesetzt in die Höhe geschnellt werden und dabei ein ganz gewaltiges Geräusch verursachen. Sie zeigen uns auch, wie die Knotenpunkte der Schwingung liegen: es sind dieses die Punkte, wo die Platte auf den Tischbeinen ruht; hier bleiben die Schlüssel ruhig liegen. Die Platte schwingt also etwa wie ein Tuch, das an seinen vier Ecken festgehalten wird, periodisch auf und ab. Natürlich muss die kritische Tourenzahl 970 der stärksten Plattenschwingung wieder mit der freien Schwingungszahl der Platte zusammenfallen. Eine theoretische Berechnung der letzteren scheint aber zur Zeit nicht möglich.

Sehr interressante Bemerkungen ergeben sich noch, wenn wir die Arbeitsverhältnisse im Motor und im Tisch näher verfolgen. Wir machen zunächst das Experiment, die Tischschwingung künstlich zu unterbinden, indem wir den Tisch festhalten. Wir bemerken dann, dass der Motor plötzlich auf eine höhere Tourenzahl überspringt, bei der er die kritische Umdrehungsgeschwindigkeit überwunden hat, und dass, auch wenn wir den Tisch nun wieder loslassen, kein Wackeln mehr einsetzt. Der Strom reichte also aus, um dem Motor eine höhere Umdrehungszahl wie 310 zu geben; nur durch die Mitwirkung des Tisches wird er auf der genannten Umdrehungszahl festgehalten.

(Fortsetzung folgt.)

REFERATE.

Technische Mechanik.

Besorgt von Prof. Dr. **E. Meyer.**

F. Kohlrausch und E. Grüneisen, Über die durch sehr kleine elastische Verschiebungen entwickelten Kräfte. Sitzungsberichte der Kgl. Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1901, XLVI.

Bisher haben die Physiker, wie in der Einleitung ausgeführt wird, allgemein angenommen, dass die Kräfte, welche in einem Körper durch sehr kleine Verschiebungen einer bestimmten Art entwickelt werden, mit der Grösse der Verschiebung im einfachen Verhältnis wachsen, selbst dann, wenn grössere Deformationen merkliche Abweichungen von dem konstanten Verhältnis mit sich bringen. Wird aber das von C. Bach[1]) mitgeteilte Dehnungsgesetz $\varepsilon = \alpha\sigma^m$, wo α und m Konstanten bedeuten, zwischen der Dehnung ε und der Spannung σ auch bei sehr kleinen Spannungen als gültig angenommen, so nähert sich nach diesem Gesetze im Grenzfall beliebig kleiner Dehnungen deren Verhältnis zur Spannung nicht einer bestimmten endlichen Grenze, es wird vielmehr je nachdem $m \gtrless 1$, dieses Verhältnis schliesslich $= 0$ oder unendlich gross. Die Verfasser bestätigen nun, dass die Beziehung $\varepsilon = \alpha\sigma^m$ die Bachschen Versuche gut wiedergiebt und deshalb als Interpolationsformel sehr brauchbar sein könne. Sie glauben sich aber dagegen wenden zu müssen, dass Herr v. Bach diese Beziehung „als das allgemeine Gesetz der elastischen Dehnungen bezeichne und der Formel hierdurch eine ganz andere Tragweite als einer Interpolationsformel zuschreibe". Wie demgegenüber der Referent ausdrücklich hervorheben möchte, ist es durchaus unrichtig, Herrn v. Bach unter Bezugnahme auf die angezogenen Veröffentlichungen diese Auffassung unterzuschieben. Vielmehr hat Herr v. Bach in beiden von den Verfassern angezogenen Veröffentlichungen betont[1]), dass die — von seinem früheren Schüler W. Schüle ermittelte — Gesetzmässigkeit $\varepsilon = \alpha\sigma^m$ „beschränkt erscheint: zunächst auf das Gebiet, welches durch das vorgelegte Versuchsmaterial gedeckt wird, und auf solche Verhältnisse, welche Spannungen liefern, die innerhalb der für die ausübende Technik in Betracht kommenden Grenzen liegen"; auch dass der von ihm untersuchte Marmor dieser Gesetzmässigkeit nicht folge und dass sie ausserdem für Kautschuk nicht zutreffe.

Andererseits ist naturgemäss für den Physiker die Frage von Bedeutung, ob bei denjenigen Körpern, deren Verhalten innerhalb des in der Technik vorkommenden Spannungsbereiches die Beziehung $\varepsilon = \alpha\sigma^m$ gut wiedergiebt, diese Beziehung auch bei sehr kleinen Verschiebungen gültig bleibt. Denn in diesem Falle müssten z. B. ganz neue Theorien über die Akustik fester Körper aufgestellt werden. Um dieser Frage durch den Versuch näher zu treten und dabei möglichst kleine elastische Formänderungen noch messen zu können, machen die Verfasser Durchbiegungsversuche an sehr dünnen Stäben, wobei sich auf Grund der gewählten Versuchsanordnung mittlere relative Längenänderungen der Fasern bis zu dem kleinen Betrage von rund 2×10^{-8} beobachten lassen. Für Schmiedeeisen, Messing und Schiefer ergiebt sich bei diesen Versuchen das Verhältnis $\frac{\varepsilon}{\sigma}$ als konstant; für graues Gusseisen dagegen tritt die von C. Bach gefundene ungewöhnlich

1) Untersuchungen von Granit. Allgemeines Gesetz der elastischen Dehnungen, Berlin 1897; Elastizität und Festigkeit, 3. Aufl., S. 71, Berlin 1898.

1) Vergl. die Klarstellung von C. Bach zu der hier referierten Arbeit in Ztschr. d. Ver. Deutsch. Ing. S. 25, 1902.

starke Beschleunigung der Deformation mit wachsender Belastung auffällig hervor. Indess deutet nach der Ansicht der Verfasser ihr Verlauf nicht auf eine Reihenentwickelung ohne lineares Glied hin. Die Beobachtungen für Gusseisen lassen sich auf Grund der Gesetzmässigkeit $\varepsilon = \alpha \sigma^m$ gut darstellen, doch deutet die systematische Verteilung des Fehlers dahin, dass der Exponent m bei kleinen Deformationen der Eins näher ist als bei grossen. Ungenügend anwendbar zeigt sich die gewöhnliche quadratische Interpolationsformel. Dagegen liefert eine vollkommen befriedigende und noch bessere Übereinstimmung als die Formel $\varepsilon = \alpha \sigma^m$ nach den Angaben der Verfasser eine Beziehung von der Form

$$\frac{\varepsilon}{\sigma} = A + B\sqrt{\sigma}.$$

Sie lässt sich auch auf die Bachschen Beobachtungen an Gusseisen, Marmor, Granit und selbst an Cement mit gutem Erfolge anwenden. Endlich stellen die Verfasser noch Schwingungsversuche mit den Hochkant in horizonntaler Lage am einen Ende eingeklemmten Stäben an. Die Schwingungsdauer, welche nach der Bachschen Formel mit $m > 1$ bei beliebig kleiner Amplitude beliebig klein werden müsste, hielt sich bei kleiner Schwingungsweite merklich isochron. Nach der Ansicht der Verfasser liegt also für die Physik keine Veranlassung vor, bei sehr kleinen Verschiebungen die alte Annahme fallen zu lassen.

Eugen Meyer.

(Eingegangen 27. Januar 1902.)

BESPRECHUNGEN.

E. Aschkinass und W. Caspari, Über den Einfluss dissociierender Strahlen auf organisierte Substanzen insbesondere über die bakterienschädigende Wirkung der Becquerelstrahlen. Pflügers Archiv 86, 603.

Aus den mit möglichster Sorgfalt und Vermeidung aller Fehlerquellen angestellten Versuchen der Verfasser ergiebt sich, dass Röntgenstrahlen auf Prodigiosuskulturen ohne jede Wirkung sind; von den durch radioaktive Baryumpräparate ausgesendeten Becquerelstrahlen ist die eine Art, welche weitere Luftschichten und selbst feste Körper durchdringt, gleichfalls wirkungslos; die zweite Art dagegen, welche von beliebigen Materien stark absorbiert wird, hemmt, aus entsprechender Nähe einwirkend, binnen zwei bis vier Stunden das Wachstum der Prodigiosuskolonien vollständig. Boruttau.

(Eingegangen 12. Dezember 1901.)

C. Cranz, Anwendung der elektrischen Momentphotographie auf die Untersuchung von Schusswaffen. 4°. 26 S. mit 24 Taf. Halle, W. Knapp. 1901. M. 4.—.

In Fortsetzung der gemeinschaftlich mit K. R. Koch ausgeführten Untersuchungen (Ann. d. Phys., 3, 247, 1901) über Vibrationen des Gewehrlaufs und explosionsartige Wirkungen moderner Infanteriegeschosse hat Cranz nunmehr die Mausersche Selbstladepistole eingehend untersucht bezüglich der Eintrittszeit der Entriegelung des Verschlusses und des Rückwärtsgleitens der Hülse im Patronenlager, der Gasdichtigkeit des Verschlusses und der zeitlichen Bewegung des Verschlusskolbens. Die Resultate sind in 45 Figuren dargestellt; sie bieten nebenbei auch physikalisches Interesse.

Englisch.

(Eingegangen 3. Dezember 1901.)

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Professor Dr. Hermann Kobold, Observator der Universitäts-Sternwarte Strassburg i. E., hat einen Ruf als Observator an die Sternwarte der Universität Kiel, Professor Dr. Beckmann, Direktor des Laboratoriums für angewandte Chemie an der Universität Leipzig einen Ruf an die Universität Berlin zum 1. Oktober, Professor Haussner-Giessen einen Ruf als ordentl. Professor der Mathematik und Vorstand der Bibliothek an der Technischen Hochschule in Karlsruhe angenommen.

Der Professor an der Technischen Hochschule in Berlin, Geheimrat O. N. Witt, welcher zum Ordinarius für die durch den Tod des Hofrats v. Perger erledigte Lehrkanzel der chemischen Technologie an der Technischen Hochschule in Wien vorgeschlagen worden war, wird dieser Berufung nicht folgen.

Der Dozent für die Elemente der höheren Mathematik an der Technischen Hochschule in Berlin Haentzschel und der langjährige Leiter der meteorologischen Arbeiten des Physikalischen Vereins Dr. J. Ziegler-Frankfurt a. M. wurden zu Tit.-Professoren, der ordentl. Professor der Geodäsie an der Deutschen Technischen Hochschule in Brünn Niessl v. Mayendorf und der ordentl. Professor der Mathematik an der Böhmischen Technischen Hochschule in Brünn Zahradnik zu Hofräten ernannt.

Professor Dr. Liebermann von der Technischen Hochschule Berlin feierte seinen 60. Geburtstag.

Die philosophische Fakultät der Universität Jena hat den dort lebenden Privatgelehrten Winkler, der eine eigene Sternwarte in Jena besitzt, wegen seiner hervorragenden wissenschaftlichen Leistungen auf dem Gebiet der Astronomie zum Ehrendoktor promoviert.

Der erste Observator der Kieler Sternwarte, Richard Schumacher, ist im Alter von 76 Jahren gestorben.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.